VŠB – Technická univerzita Ostrava
Fakulta strojní
Institut dopravy

Optimalizace oběhů vozidel MHD

Scheduling Vehicles in Urban Mass Transport Optimization

Diplomant: Bc. Tomáš Krupa
Vedoucí diplomové práce: Ing. Dušan Teichmann, Ph.D.

Ostrava 2012

VŠB - Technická univerzita Ostrava
Fakulta strojní
Institut dopravy

Zadání diplomové práce

Student: **Bc. Tomáš Krupa**

Studijní program: N2301 Strojní inženýrství

Studijní obor: 2301T003 Dopravní technika a technologie

Specializace: 20 Silniční doprava

Téma: Optimalizace oběhů vozidel MHD
Scheduling Vehicles in Urban Mass Transport Optimization

Zásady pro vypracování:

Osnova práce:
1. Úvod.
2. Obecná charakteristika problému a analýza současného stavu.
3. Teoretická východiska řešení - matematické modely pro optimalizaci oběhů vozidel.
4. Příprava podkladů pro optimalizační výpočet a realizace optimalizačního výpočtu.
5. Zhodnocení dosažených výsledků.
6. Závěr.

Seznam doporučené odborné literatury:

ČERNÝ, J.; KLUVÁNEK, P.. Základy matematickej teórie dopravy. Bratislava: VEDA, 1990. 279 s. ISBN 80-224-0099-8
PALÚCH, S.: Optimalizácia obehu vozidiel v pravidelnej osobnej autobusovej doprave - habilitační práce. Žilina: VŠDS Žilina. 1993.

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Dušan Teichmann, Ph.D.**

Datum zadání: 16.12.2011
Datum odevzdání: 21.05.2012

VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA Fakulta strojní -5- OSTRAVA

doc. Ing. Vladimír Smrž, Ph.D.
vedoucí katedry

prof. Ing. Radim Farana, CSc.
děkan fakulty

Prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci, včetně příloh, vypracoval samostatně, pod vedením vedoucího diplomové práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě ....

podpis studenta

Prohlašuji, že

- byl jsem seznámen s tím, že na moji diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. – autorský zákon, zejména §35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a §60 – školní dílo.
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen VŠB – TUO) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě diplomovou práci užít (§35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že jeden výtisk diplomové práce bude uložen v Ústřední knihovně VŠB – TUO k prezenčnímu nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové práce. Souhlasím s tím, že údaje o diplomové práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB – TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB – TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu §12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít své dílo – diplomovou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB–TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB – TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- beru na vědomí, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě ....

podpis studenta

Jméno a příjmení autora práce: Bc. Tomáš Krupa

Adresa trvalého pobytu autora práce: Ostrava – Bělský Les

Jiřího Herolda 1557/12

okr. Ostrava – město

Poděkování

Chtěl bych vyjádřit poděkování Ing. Robertu Hackenbergovi z Dopravního podniku Ostrava za pomoc při vyhledání tématu diplomové práce.

Dále bych chtěl poděkovat vedoucí Katedry dopravních sítí Fakulty řízení a informatiky Žilinské univerzity v Žilině doc. Ing. Ľudmile Jánošíkové, CSc. a odbornému asistentu Ing. Michalu Kohánimu, Ph.D. z téhož pracoviště za pomoc při vlastním řešení sestavených modelů řešené úlohy v optimalizačním software Xpress-IVE .

Zvláštní a nejcennější poděkování patří Ing. Dušanu Teichmannovi, Ph.D. za pomoc při vypracování této diplomové práce, za cenné rady, trpělivost a ochotu.

ANOTACE DIPLOMOVÉ PRÁCE

KRUPA, T. Optimalizace oběhů vozidel MHD. Ostrava: Institut dopravy, Fakulta strojní, VŠB – Technická univerzita Ostrava, 2011, 50 str. Diplomová práce, vedoucí: Ing. Tecihmann, D., Ph.D.

Diplomová práce se zabývá optimalizací oběhů autobusů v rámci dílčí sítě autobusových linek Dopravního podniku Ostrava. Úvodní části diplomové práce jsou věnovány popisu řešené dílčí sítě a charakteristice jednotlivých autobusových linek. Stěžejní části diplomové práce tvoří kapitoly, ve kterých jsou matematické modely pro optimalizaci navrženy a následně i implementovány. V závěrečných kapitolách jsou dosažené výsledky zpracovány do podoby umožňující využitelnost a zhodnoceny přínosy navržených modelů.

ANNOTATION OF MASTER THESIS

KRUPA, T. Scheduling vehicles in urban mass transport optimization. Ostrava: Institute of Transport, Faculty of Mechanical Engineering, VŠB – Technical University of Ostrava, 2011, Pages 50, Advisor: Ing. Teichmann, D., Ph.D.

This thesis deals with the optimization runs buses within the sub-network of bus lines DPO, a.s. The introductory section of the thesis are devoted to descriptions of the solutions sub-networks and the characteristics of individual bus lines. The central part of the thesis consists of chapters in which mathematical models are designed to optimize and subsequently implemented. The final chapters are the results processed into a form enabling utilization and evaluated the benefits of the proposed models.

OBSAH

1 ÚVOD

Městská hromadná doprava je po stránce ekonomičnosti provozu charakteristická tím, že nemůže být za žádných okolností zisková, dokonce platí známý fakt, že tržby z jízdného nedokáží za žádných okolností pokrýt ani všechny náklady nutné pro zajištění jejího fungování. Provozování městské hromadné dopravy si tedy nelze dost dobře představit bez poskytování dotací ze strany objednavatelů, kterými jsou zpravidla magistráty měst, na jejichž území je městská hromadná doprava provozována. Dotování provozu městské hromadné dopravy však rozpočty municipalit zatěžuje poměrně výraznou měrou, proto je stále aktuálním problémem racionalizace jakýchkoliv činností, které mohou ztráty plynoucí z jejího provozu eliminovat buď zcela nebo alespoň zčásti. Jednou z možností jak ekonomickou ztrátu provozu snižovat, je racionalizovat oběhy vozidel, které zajišťují obsluhu jednotlivých spojů.

V předložené práci je pozornost věnována racionalizaci oběhů ve vybrané části linkové sítě Dopravního podniku Ostrava pomocí vhodného řešícího aparátu. Tímto řešícím aparátem je poměrně univerzální řešící nástroj - lineární programování. Snahou a hlavním cílem předložené práce bude vytvořit takový lineární model, který po naplnění relevantními údaji bude schopen optimalizovat oběhy vozidel, které uvedené spoje obsluhují.

V předložené práci je pozornost věnována spojům autobusových linek končících na konečných zastávkách Opavská a Otakara Jeremiáše v městském obvodu Ostrava – Poruba.

2 OBECNÁ CHARAKTERISTIKA PROBLÉMU A ANALÝZA SOUČASNÉHO STAVU

V rámci městské hromadné dopravy velice často dochází k situacím, kdy vozidlo nepřiměřeně dlouho čeká na obsluhu určitého spoje. Tím vznikají prostoje, v důsledku kterých může být k obsluze určitého počtu spojů potřeba více vozidel, než je nezbytně nutné [3].

Hlavním cílem předložené diplomové práce bude za pomocí matematického programování naplánovat ve zvolené době oběhy vozidel, resp. stanovit posloupnosti spojů obsluhovaných jednotlivými vozidly tak, aby jejich počet byl co nejnižší. Návrh optimalizace oběhů vozidel bude proveden v podmínkách dopoledního přepravního sedla pracovního dne.

Řešeným územím je oblast v Ostravě – Porubě, resp. v katastrálním území Poruba – sever, kde se nacházejí dvě konečné zastávky, jejíž názvy jsou Otakara Jeremiáše a Opavská. Množina obsluhovaných spojů bude tvořena spoji linek, které tuto oblast obsluhují, tj. spoji linek s číselným označením 36, 39, 40, 43, 44, 47 a 49. Z pohledu zvoleného období, které bude „zájmem optimalizace“, jsou klíčovými linkami linky 36, 39, 40 a 44. Spoje ostatních linek nebudou do optimalizační úlohy zahrnuty.

První zásadní otázkou, která musí být před zahájením procesu optimalizace vyřešena, je stanovení optimalizačního kritéria. Má–li být provoz MHD racionální, musí být zvoleno takové optimalizační kritérium, které racionalitu provozu vyjadřuje. Asi nejúčinnějším kritériem měřícím racionalitu provozu jsou náklady, které souvisejí s provozem. V ideálním případě tedy optimalizační kritérium tvoří náklady na obsluhu zadané množiny spojů. Přímá kalkulace nákladů v podmínkách velkých dopravních podniků však bývá značně problematická (při kalkulaci nákladů na provoz vozidel bývá nejobtížnější rozklíčování fixních nákladů na jednotku přepravní práce nebo přepravního výkonu), z tohoto důvodů bývá velice často voleno kritérium zástupné, které podstatu původního kritéria vyjadřuje, ale pro jehož výpočet není zapotřebí realizovat složité ekonomické propočty.

V případě řešené úlohy budou zvolena dvě kritéria. První kritérium udává počet dopravních prostředků použitých k obsluze zadané množiny spojů. Experimentální zkušenosti s modely, na základě kterých se plánovaly oběhy a optimalizačním kritériem byl minimální počet použitých vozidel, však ukazují, že vyjadřuje–li optimalizační kritérium pouze počet použitých vozidel, dochází v některých případech k doprovodnému negativnímu jevu, a to značnému nárůstu počtu neproduktivně ujetých kilometrů při přejezdech mezi konečnými zastávkami. Z uvedeného důvodu je zapotřebí formulovat v modelu i druhé kritérium, které bude zastupovat náklady na neproduktivní přejezdy vozidel. Uvedené náklady na přejezdy vozidel mohou být zastoupeny například neproduktivně ujetou vzdáleností, protože tento údaj se zjišťuje výrazně jednodušeji, než se provádí kalkulace nákladů na přejezdy a zástupný efekt je poměrně shodný.

Ještě před uvedením vhodného tvaru matematického modelu a vlastním optimalizačním výpočtem bude uvedena podrobnější charakteristika týkající se dopravní situace v řešené lokalitě.

2.1 Charakteristika zájmového území

Katastrální území Poruba – sever, které tvoří zájmové území, vzniklo v roce 1976. Původně zahrnovalo také městské obvody Martinov, Třebovice a většinu katastru obce Pustkovec. V současnosti existující hranice získalo katastrální území po roce 1990.

Katastrální území Poruba – sever má rozlohu cca 315,3 ha. Nejvýznamnější část katastralního území tvoří zástavba panelových domů, z tohoto důvodu lze katastrální Poruba – sever považovat za nejlidnatější část městského obvodu Poruba. Územím prochází pozemní komunikace II. třídy 17. listopadu, která je důležitou tepnou protínající silnici I. třídy Opavská a napojující se na silnici I. třídy Rudná. Touto komunikací se obyvatelé z okolních obcí jako např. Děhylov, Plesná snázeji dostanou do města Ostravy a jejích jednotlivých městských částí. Situování katastrálního území je dobře patrné z obr. 2.1. Červená čára na obr. 2.1 reprezentuje výše zmiňovanou hranici katastrálního území.

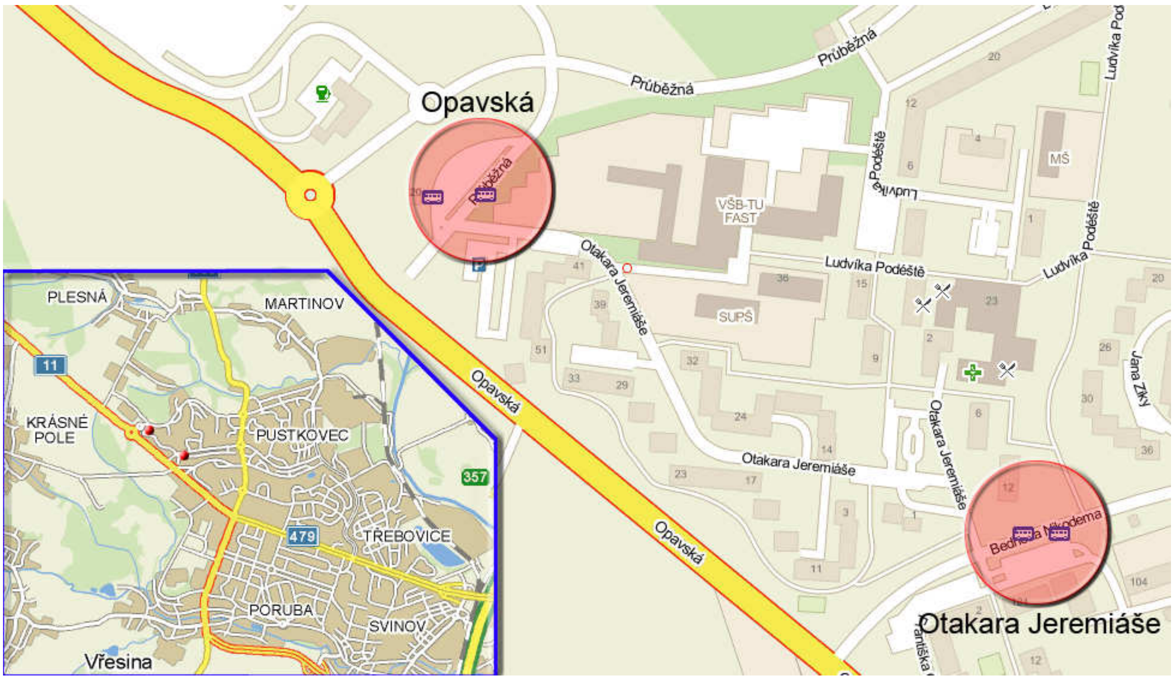
Obr. 2.1: Oblast Poruba – sever na mapovém podkladu

2.2 Charakteristika zájmového území z hlediska dopravní obslužnosti

Na ploše katastrálního území je v rámci městské hromadné dopravy převážně provozována autobusová doprava. Tramvajová doprava je provozována pouze ve východní části, konkrétně se jedná o ulici Martinovská, kde zájmovým územím prochází jediná tramvajová trať spojující městský obvod Martinov s centrem města. I když se již v minulosti několikrát uvažovalo o rozšíření tramvajové sítě i do dalších částí zájmového území, současný stav nenasvědčuje tomu, že by se tak v brzké budoucnosti mělo stát. Proto autobusová doprava bude mít i nadále své nezastupitelné místo v obsluze území Poruba – sever.

Na katastrálním území leží dvě významné konečné zastávky autobusových linek – jedná se o konečné zastávky Opavská a Otakara Jeremiáše. Obě konečné autobusové zastávky jsou od sebe vzdáleny přibližně 550 metrů vzdušnou čárou a délka nejbližší reálné cesty po pozemních komunikacích, které mohou pojíždět autobusy měří 1 200 metrů.

Autobusovou zastávku Opavská obsluhují linky č. 36, 40, 43, 47 a 49 a autobusovou zastávku Otakara Jeremiáše obsluhují linky č. 39 a 44. Na všechny tyto linky jsou nasazována vozidla Dopravního podniku Ostrava. Lokalizace obou konečných zastávek na území Poruba – sever je patrná z obr. 2.2.



Obr. 2.2: Lokalizace konečných zastávek Opavská a Otakara Jeremiáše na mapovém podkladu.

S uvedeným výčtem autobusových linek se cestující mohou dostat do různých částí města Ostravy. Přímé spojení lze realizovat například do městského obvodu Svinov, kde lze přestoupit na jiné autobusové, tramvajové či vlakové spoje nebo do dalších městských obvodů, kterými jsou Moravská Ostrava a Přívoz (centrum města), Slezská Ostrava, Vítkovice, Hrabová, Hrabůvka, Zábřeh, Mariánské Hory či město Paskov. Území obsluhují i linky, které nevyjíždějí za hranice městského obvodu Poruba.

Jak je z uvedeného stručného výčtu zřejmé, vyskytují se na straně jedné linky, jejichž trasy městský obvod Poruba neopouští, na straně druhé linky, které obsluhují větší počet od sebe vzdálenějších městských obvodů. Z toho je zřejmé, že se budou vyskytovat linky s výrazně se lišící oběžnou dobou. Podrobnější informace týkající se technologických parametrů jednotlivých linek budou uvedeny v podkapitole 2.3.

2.3 Základní charakteristika vybraných linek

Jak již bylo uvedeno, budou předmětem řešení linky č. 36, 39, 40, 44. Linky č. 36, 40 jsou v rámci zájmového území ukončeny na konečné zastávce Opavská, linky č. 39 a 44 pak na konečné zastávce Otakara Jeremiáše.

Linka č. 36

Linka je obsluhována celotýdenně. Konečnými zastávkami linky jsou zastávky Opavská a Mírové náměstí, v dopoledním sedle některé spoje ze směru Opavská končí svou jízdu na zastávce Svinov mosty, h. z.. Linka je kyvadlového charakteru, její délka činí 13,2 km a v celé své délce obsluhuje 23 zastávek. Kompletní seznam obsluhovaných zastávek je uveden v příloze 1.

Doba provozu linky je od 2:49 do 23:03 hodin jak v pracovní dny tak i ve dnech pracovního klidu. Doba obsluhy jednoho spoje v úseku Opavská – Mírové náměstí činí 29 nebo 35 minut v závislosti na denní době a v úseku Opavská – Svinov mosty, h. z. činí 15 minut. V přepravním sedle pracovního dne (8:00 – 12:00 h) obsluhují linku 4 vozidla, z toho jsou 3 vozidla nízkopodlažní. Trasa linky 36 na mapovém podkladu města je znázorněna na obr. 2.3.

Obr. 2.3.: Znázornění trasy linky č. 36 na mapovém podkladu města.

Průběhy stávajících oběhů vozidel na lince č. 36 v řešeném období jsou zjistitelné z tab. č. 2.1.

Tab. č. 2.1: Údaje o lince č. 36 podstatné z hlediska řešeného typu úlohy

Číslo spoje	Obsluhovaný úsek	Odjezd z výchozí konečné zastávky	Příjezd na cílovou konečnou zastávku	Turnus	Typ vozidla
1	O – MN	9:10	9:45	36/101	NP
2	MN – O	9:58	10:32	36/101	NP
3	O – SM h. z.	10:50	11:05	36/101	NP
4	SM h. z. – O	11:19	11:32	36/101	NP
5	O – MN	11:50	12:25	36/101	NP
6	MN – O	12:39	13:12	36/101	NP
7	O – SM h. z.	8:50	9:05	36/102	NP
8	SM h. z. – O	9:19	9:32	36/102	NP
9	O – MN	9:50	10:19	36/102	NP
10	MN – O	10:44	11:12	36/102	NP
11	O – SM h. z.	11:30	11:45	36/102	NP
12	SM h. z. – O	11:59	12:12	36/102	NP
13	O – SM h. z.	9:30	9:45	36/103	NP
14	SM h. z. – O	9:59	10:12	36/103	NP
15	O – MN	10:30	11:05	36/103	NP
16	MN – O	11:18	11:52	36/103	NP
17	O – MN	8:30	8:59	36/104	S
18	MN – O	9:24	9:52	36/104	S
19	O – SM h. z.	10:10	10:25	36/104	S
20	SM h. z. – O	10:39	10:52	36/104	S
21	O – MN	11:10	11:39	36/104	S
22	MN – O	12:04	12:32	36/104	S

N – nízkopodlažní vozidlo
S – standardní vozidlo

MN – Mírové náměstí
SM h. z. – Svinov mosty, horní zastávka.

Současné využití vozidel v průběhu řešeného období (8:00 – 12:00) je patrné z následujícího přehledu:

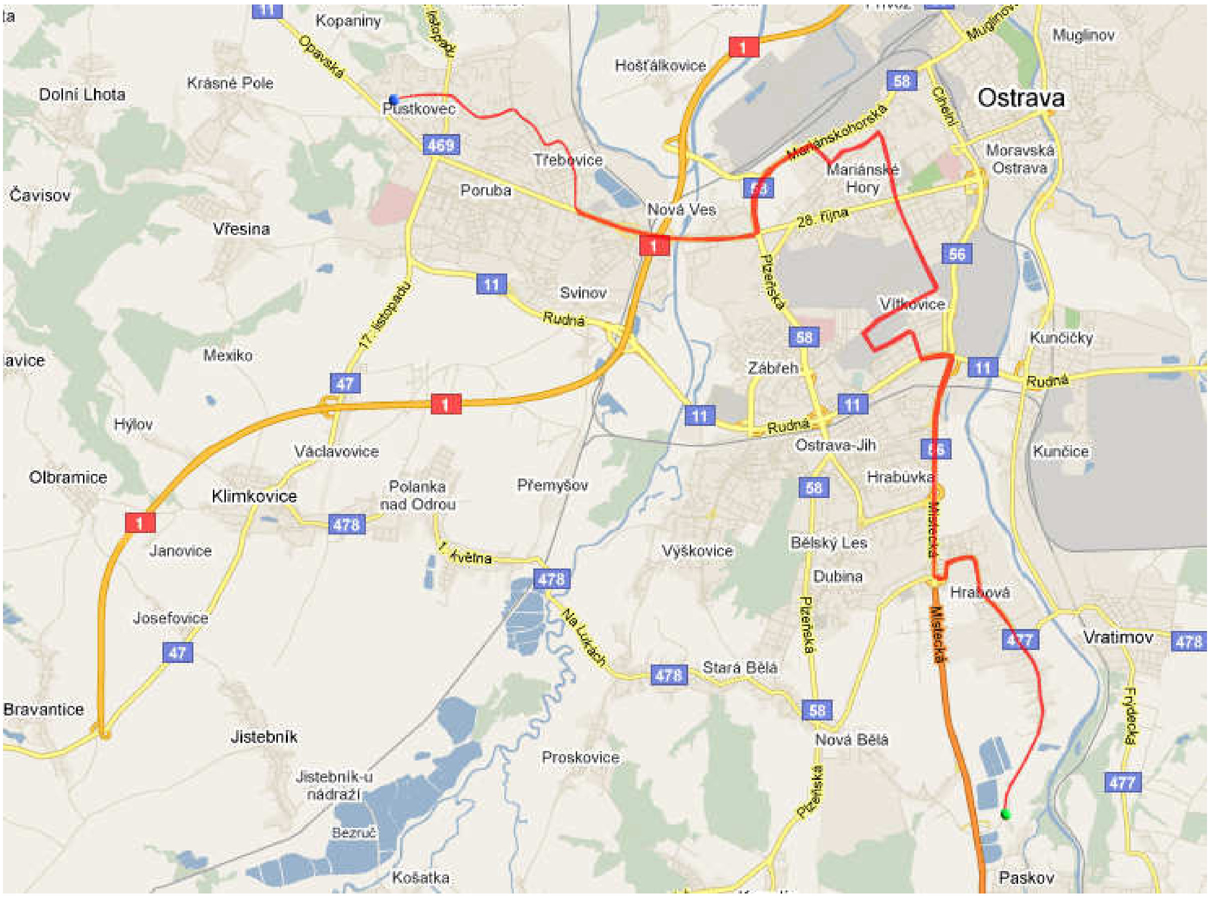
36/101 – celkový čas jízdy je 107 minut, celkový čas čekání na konečných zastávkách je 133 minut,
36/102 – celkový čas jízdy je 101 minut, celkový čas čekání na konečných zastávkách je 139 minut,
36/103 – celkový čas jízdy je 97 minut, celkový čas čekání na konečných zastávkách je 143 minut,
36/104 – celkový čas jízdy je 114 minut, celkový čas čekání na konečných zastávkách je 126 minut.

Údaje o lince 36 jsou použity z grafikonu linky obdrženého z Dopravního podniku Ostrava, a. s.. Plnohodnotný grafikon linky č. 36 je k nalezení v příloze č. 2.

Linka č. 39

Linka je obsluhovaná celotýdenně. Konečnými zastávkami linky jsou zastávky Otakara Jeremiáše a Důl Paskov, v řešeném období některé spoje končí svou jízdu i na zastávkách Mírové náměstí a Hrabová statek. Linka je kyvadlového charakteru, její délka činí 23,7 km a v celé délce linky obsluhuje celkem 34 zastávek. Kompletní seznam zastávek linky je uveden v příloze 1.

Doba provozu linky je od 3:10 do 23:03 hodin v pracovní dny i ve dnech pracovního klidu. Doba obsluhy jednoho spoje v úseku Opavská – Důl Paskov činí 53 minut, v úseku Opavská – Hrabová statek činí 51 minut a v úseku Opavská – Mírové náměstí činí 33 minut. V řešeném období linku obsluhuje 6 vozidel, z toho jsou 2 vozidla nízkopodlažní. Trasa linky 39 na mapovém podkladu města je znázorněna na obr. 2.4.



Obr. 2.4: Znázornění trasy linky č. 39 na mapovém podkladu města.

Průběhy stávajících oběhů vozidel na lince č. 39 v řešeném období jsou zjistitelné z tab. č. 2.2.

Tab. č. 2.2: Údaje o lince č. 39 podstatné z hlediska řešeného typu úlohy

Číslo spoje	Obsluhovaný úsek	Odjezd z výchozí konečné zastávky	Příjezd na cílovou konečnou zastávku	Turnus	Typ vozidla
23	OJ – MN	9:12	9:45	39/101	NP
24	MN – OJ	9:57	10:30	39/101	NP
25	OJ – DP	10:52	11:45	39/101	NP
26	DP – OJ	11:57	12:50	39/101	NP
27	OJ – DP	8:12	9:05	39/102	NP
28	DP – OJ	9:17	10:10	39/102	NP
29	OJ – MN	10:32	11:05	39/102	NP
30	MN – OJ	11:17	11:50	39/102	NP
31	OJ – HS	8:52	9:43	39/103	S
32	HS – OJ	9:59	10:50	39/103	S
33	OJ – MN	11:12	11:45	39/103	S
34	MN -OJ	11:57	12:30	39/103	S
35	OJ – MN	8:32	9:05	39/104	S
36	MN – OJ	9:17	9:50	39/104	S
37	OJ – HS	10:12	11:03	39/104	S
38	HS - OJ	11:19	12:05	39/104	S

Pokračování tab. č. 2.2

Číslo spoje	Obsluhovaný úsek	Odjezd z výchozí konečné zastávky	Příjezd na cílovou konečnou zastávku	Turnus	Typ vozidla
39	OJ – DP	9:32	10:25	39/105	S
40	DP – OJ	10:37	11:30	39/105	S
41	OJ – HS	11:52	12:43	39/105	S
42	HS - OJ	13:06	13:57	39/105	S
43	OJ – MN	9:52	10:25	39/106	S
44	MN – OJ	10:37	11:10	39/106	S
45	OJ – DP	11:32	12:25	39/106	S
46	DP – OJ	12:37	13:30	39/106	S

N – nízkopodlažní vozidlo HS – Hrabová statek DP – Důl Paskov
S – standardní vozidlo MN – Mírové náměstí

Současné využití vozidel v průběhu řešeného období je patrné z následujícího přehledu:

39/101 – celkový čas jízdy je 122 minut, celkový čas čekání na konečných zastávkách je 118 minut,

39/102 – celkový čas jízdy je 172 minut, celkový čas čekání na konečných zastávkách 68 minut,

39/103 – celkový čas jízdy je 138 minut, celkový čas čekání na konečných zastávkách 102 minut,

39/104 – celkový čas jízdy je 158 minut, celkový čas čekání na konečných zastávkách 82 minut,

39/105 – celkový čas jízdy je 114 minut, celkový čas čekání na konečných zastávkách 126 minut,

39/106 – celkový čas jízdy je 94 minut, celkový čas čekání na konečných zastávkách 146 minut.

Údaje o lince 39 jsou použity z grafikonu linky obdrženého z Dopravního podniku Ostrava, a. s.. Plnohodnotný grafikon je k nalezení v příloze č. 3.

Linka č. 40

Linka je obsluhovaná celotýdenně. Konečnými zastávkami jsou zastávky Opavská a Studentské koleje, mimo dopravní sedlo i zastávka Studentská. Linka je kyvadlového charakteru, její délka činí 9,5 km a v celé délce své trasy obsluhuje celkem zastávek. Kompletní seznam zastávek linky je uveden v příloze 1.

Doba provozu linky je od 4:20 do 22:54 v pracovních dnech a od 4:32 do 22:54 ve dnech pracovního klidu. Doba obsluhy jednoho spoje v úseku Otakara Jeremiáše – Studentské koleje činí 26 minut a v úseku Otakara Jeremiáše – Studentská činí 25 minut.

V době dopoledního sedla je linka obsluhována 4 vozidly, z toho je jedno vozidlo nízkopodlažní. Trasa linky 40 na mapovém podkladu města je znázorněna na obr. 2.5.

Obr. 2.5: Znázornění trasy linky č. 40 na mapovém podkladu města.

Průběhy stávajících oběhů vozidel na lince č. 40 v řešeném období jsou zjistitelné z tab. č. 2.3.

Tab. č. 2.3: Údaje o lince č. 40 podstatné z hlediska řešeného typu úlohy

Číslo spoje	Obsluhovaný úsek	Odjezd z výchozí konečné zastávky	Příjezd na cílovou konečnou zastávku	Turnus	Typ vozidla
47	O – SK	8:38	9:04	40/101	S
48	SK – O	9:18	9:44	40/101	S
49	O – SK	9:58	10:24	40/101	S
50	SK – O	10:38	11:04	40/101	S
51	O – SK	11:18	11:44	40/101	S
52	SK - O	11:58	12:24	40/101	S
53	O – SK	8:18	8:44	40/102	NP
54	SK – O	8:58	9:24	40/102	NP

Pokračování tab. č. 2.3

Číslo spoje	Obsluhovaný úsek	Odjezd z výchozí konečné zastávky	Příjezd na cílovou konečnou zastávku	Turnus	Typ vozidla
55	O – SK	9:38	10:04	40/102	NP
56	SK – O	10:18	10:44	40/102	NP
57	O – SK	10:58	11:24	40/102	NP
58	SK – O	11:38	12:04	40/102	NP
59	O – SK	9:18	9:44	40/103	S
60	SK – O	9:58	10:24	40/103	S
61	O – SK	10:38	11:04	40/103	S
62	SK – O	11:18	11:44	40/103	S
63	O – SK	11:58	12:24	40/103	S
64	SK - O	12:38	13:04	40/103	S
65	O – SK	8:58	9:24	40/104	S
66	SK – O	9:38	10:04	40/104	S
67	O – SK	10:18	10:44	40/104	S
68	SK – O	10:58	11:24	40/104	S
69	O – SK	11:38	12:04	40/104	S
70	SK – O	12:18	12:44	40/104	S

N – nízkopodlažní vozidlo SK – Studentské koleje
S – standardní vozidlo

Současné využití vozidel v průběhu řešeného období je patrné z následujícího přehledu:

40/101 – celkový čas jízdy je 132 minut, celkový čas čekání na konečných zastávkách je 108 minut,

40/102 – celkový čas jízdy je 152 minut, celkový čas čekání na konečných zastávkách je 88 minut,

40/103 – celkový čas jízdy je 106 minut, celkový čas čekání na konečných zastávkách je 134 minut.

40/104 – celkový čas jízdy je 152 minut, celkový čas čekání na konečných zastávkách je 88 minut.

Údaje o lince 40 jsou použity z grafikonu linky obdrženého z Dopravního podniku Ostrava, a. s. Plnohodnotný grafikon je k nalezení v příloze č. 4.

Linka č. 44

Linka je obsluhována celotýdenně. Konečnými zastávkami linky jsou zastávky Otakara Jeremiáše a Třebovice, Tesco, mimo řešené období i zastávka Řecká. Linka je kyvadlového charakteru, její délka činí 8 km a v celé své délce trasy obsluhuje 17 zastávek. Kompletní seznam zastávek linky je uveden v příloze 1.

Doba provozu linky je od 4:14 do 23:12 v pracovní dny a 4:05 do 23:12 ve dny pracovního klidu. Doba obsluhy jednoho spoje v úseku Otakara Jeremiáše – Třebovice, Tesco činí 22 minut. V době přepravního sedla linku obsluhují 4 vozidla, z toho jsou 2 vozidla nízkopodlažní. Trasa linky 44 na mapovém podkladu města je znázorněna na obr. 2.6.

Obr. 2.6: Znázornění trasy linky č. 44 na mapovém podkladu města.

Průběhy stávajících oběhů vozidel na lince č. 44 v řešeném období jsou zjistitelné z tab. č. 2.4.

Tab. č. 2.4: Údaje o lince č. 44 podstatné z hlediska řešeného typu úlohy

Číslo spoje	Obsluhovaný úsek	Odjezd z výchozí konečné zastávky	Příjezd na cílovou konečnou zastávku	Turnus	Typ vozidla
71	OJ – TT	8:51	9:13	44/101	NP
72	TT – OJ	9:30	9:53	44/101	NP
73	OJ – TT	10:11	10:33	44/101	NP
74	TT – OJ	10:50	11:13	44/101	NP
75	OJ – TT	11:31	11:53	44/101	NP
76	TT -OJ	12:10	12:33	44/101	NP
77	OJ – TT	9:11	9:33	44/102	NP
78	TT– OJ	9:50	10:13	44/102	NP

Pokračování tab. č. 2.4

Číslo spoje	Obsluhovaný úsek	Odjezd z výchozí konečné zastávky	Příjezd na cílovou konečnou zastávku	Turnus	Typ vozidla
79	OJ – TT	10:31	10:53	44/102	NP
80	TT – OJ	11:10	11:33	44/102	NP
81	OJ – TT	11:51	12:13	44/102	NP
82	TT – OJ	12:30	12:53	44/102	NP
83	OJ – TT	8:11	8:33	44/103	S
84	TT – OJ	8:50	9:13	44/103	S
85	OJ – TT	9:31	9:53	44/103	S
86	TT – OJ	10:10	10:33	44/103	S
87	OJ – TT	10:51	11:13	44/103	S
88	TT – OJ	11:30	11:53	44/103	S
89	OJ – TT	8:31	8:53	44/104	S
90	TT – OJ	9:10	9:33	44/104	S
91	OJ – TT	9.51	10:13	44/104	S
92	TT – OJ	10:30	10:53	44/104	S
93	OJ – TT	10:11	11:33	44/104	S
94	TT – OJ	11:50	12:13	44/104	S

NP – nízkopodlažní vozidlo TT – Třebovice Tesco
S – standardní vozidlo

Současné využití vozidel v průběhu řešeného období je patrné z následujícího přehledu:

44/101 – celkový čas jízdy je 112 minut, celkový čas čekání na konečných zastávkách je 128 minut,

44/102 – celkový čas jízdy je 99 minut, celkový čas čekání na konečných zastávkách je 141 minut,

44/103 – celkový čas jízdy je 135 minut, celkový čas čekání na konečných zastávkách je 105 minut,

44/104 – celkový čas jízdy je 122 minut, celkový čas čekání na konečných zastávkách je 118 minut.

Údaje o lince 44 jsou použity z grafikonu linky obdrženého z Dopravního podniku Ostrava, a. s.. Plnohodnotný grafikon je k nalezení v příloze č. 5.

Shrnutí základních poznatků o řešené části linkové sítě

Z uvedené charakteristiky vytipovaných linek je patrné, že všechny linky začínají obsluhovat první spoj v brzkých ranních hodinách a završují svou jízdu v pozdních večerních hodinách týž den.

Celkový součet délek těchto linek činí 54,4 km, a celkový počet zastávek, které leží na zmiňovaných linkách je 78. Celkový počet vozidel obsluhující spoje v dopoledním sedle na linkách 36, 39, 40 a 44 je 18, z nichž 8 vozidel je nízkopodlažních.

Celkové obsazení vozidel jízdou s cestujícími činí 2227 minut a sumární doba čekání na konečných zastávkách (včetně doby k přejezdům) činí 2093 minut.

3 TEORETICKÁ VÝCHODISKA ŘEŠENÍ – MATEMATICKÉ MODELY PRO OPTIMALIZACI OBĚHŮ VOZIDEL

Předmětem kapitoly 3 bude návrh matematických modelů určených k získání optimálního přiřazení nasazovaných vozidel spojům.

Nasazování jednotlivých vozidel na spoje závisí na umístění spoje na pomyslné časové ose, a pokud se vyskytuje požadavek na nasazení speciálního typu vozidla, tak také na tomto požadavku. Posloupnosti spojů, které obsluhuje stejné vozidlo, následně vytvářejí tzv. oběhy vozidel. Oběhy se obvykle sestavují na příslušné období jízdního řádu mezi jeho dvěma změnami (pokud není stanoveno jinak, tak změnou se rozumí také i zahájení platnosti nového jízdního řádu, začátek a konec prázdnin, atd.). Některý z oběhů však může zůstat v platnosti i v případě dvou nebo více po sobě jdoucích obdobích platnosti. [3]

Uvažujme následující příklad. Je dána kyvadlová linka obsluhující trasu mezi konečnými zastávkami K1 a K2, na které je naplánována, tj. má být obsloužena, dvojice spojů. Nechť první spoj odjíždí ze zastávky K1 v 8:00 h a přijíždí na konečnou zastávku K2 v 8:30 h a nechť druhý spoj odjíždí z konečné zastávky K2 ve 14:00 h a přijíždí na konečnou zastávku K1 ve 14:30 h. Je zřejmé, že kdyby vozidlo v rámci svého oběhu mohlo obsluhovat pouze spoje uvedené linky, vznikl by mezi okamžikem příjezdu prvního spoje na zastávku K2 (8:30 h) a odjezdem druhého spoje ze zastávky K2 (14:00 h) značný prostoj, který by způsobil nízké využití vozidla, tj. nehospodárnost. Přitom mohou existovat spoje dalších linek, které v intervalu (8:30 – 14:00 h) je toto vozidlo schopno obsloužit. Pokud tomu tak je, lze za účelem zvýšení využití vozidla nařídit přejezd vozidla z konečné zastávky K2 k obsluze jiných spojů a následně nařídit zpětný přejezd na zastávku K2 k obsluze spoje odjíždějícího ve 14:00 h (který ovšem z pohledu efektivity plánovaného procesu nemusí nastat a k obsluze spoje s odjezdem ve 14:00 může přijet zcela jiné vozidlo). V případě plánování oběhů jde tedy o úlohu, ve které se umožňují přejezdy vozidel mezi konečnými zastávkami spojů (a to i různých linek) za účelem vyhledání extrému (optimálního řešení) z pohledu zvoleného kritéria.

K řešení úlohy bude použito metod lineárního programování. V úlohách lineárního programování se hledají optimální řešení zejména v oblasti plánovacích úloh, tj. řešení, která jsou z dlouhodobého hlediska stabilní v čase. Zdůvodnění použití metod lineárního programování pro řešenou úlohu je jednoduché, řešená úloha totiž spadá právě do oblasti plánovacích úloh s dlouhodobou stabilitou (spoje se periodicky opakují v dlouhodobějším časovém období). Obecně je však třeba vědět, že metody lineárního programování mají také jistá úskalí, která se projevují v oblasti výpočetní náročnosti. Zjednodušeně řečeno, výpočetně náročné jsou takové úlohy, které obsahují větší počet nezáporných celočíselných nebo bivalentních proměnných a omezujících podmínek.

3.1 Vybrané obecné zásady potřebné pro sestavu matematického modelu o tvorbě oběhů vozidel

V předchozím odstavci byla uvedena zmínka o proměnných vyskytujících se v lineárním programování. Protože proměnné jsou základními stavebními prvky matematických modelů, je vhodné uvést k nim několik podrobností a kromě toho také několik informací o lineárním programování obecně.

Proměnné mají v lineárních modelech v zásadě dvě funkce:

1. modelují rozhodnutí, která zadavatel očekává.
2. vytvářejí požadované logické vazby mezi proměnnými, které modelují rozhodnutí.

Každá proměnná, která v lineárním modelu vystupuje, musí mít před zahájením výpočtu určen svůj definiční obor. V lineárním programování se vyskytují tři typy definičních oborů:

1. množina nezáporných čísel,
2. množina celých nezáporných čísel,
3. množina hodnot 0 a 1 (proměnným s tímto definičním oborem se říká bivalentní).

Definiční obory proměnných se volí v závislosti na povaze rozhodnutí, která proměnné modelují, a která se od řešitele očekávají. V některých případech lze pro zavedenou proměnnou volit pouze jediný z výše uvedených definičních oborů, v ostatních případech může být k dispozici možností. Např. modeluje-li proměnná časový údaj (a je–li to přípustné), může být její definiční obor tvořen jak množinou nezáporných čísel, tak i množinou nezáporných celých čísel. Je-li přípustným definičním oborem množina nezáporných čísel, je vždy preferována, protože činí z hlediska optimalizačního výpočtu nejmenší potíže.

Každý lineární model má závaznou strukturu. Skládá se ze dvou základních částí – soustavy omezujících podmínek a účelové funkce reprezentující optimalizační kritérium.

Obecně platí, že soustava omezujících podmínek vymezuje množinu přípustných řešení úlohy. Omezující podmínky se dělí do dvou skupin – na strukturální a obligatorní. Strukturální podmínky vyjadřují reálná omezení, příp. vytvářejí logické vazby mezi proměnnými, obligatorní podmínky potom vymezují definiční obory proměnných, které v úloze vystupují. Počet strukturálních podmínek závisí na počtu omezení, která v úloze vystupují a počtu vazeb, které musí být mezi hodnotami proměnných vytvořeny, počet obligatorních podmínek je vždy roven počtu proměnných, které v úloze vystupují. V případě strukturálních podmínek vyjadřujících reálná omezení musí být splněna podmínka jednotkové konzistence, tzn., že jednotka veličiny na jedné straně omezující podmínky musí odpovídat jednotce veličiny na druhé straně omezující podmínky, v případě vazebních podmínek tomu tak být nemusí.

Účelová funkce vyjadřuje funkční vztah, pomocí kterého vypočítáme hodnotu optimalizované veličiny. Např. je–li požadováno minimalizovat náklady, musí být účelová funkce tvořena vztahem, na základě kterého lze náklady vypočítat. Účelová funkce musí v sobě obsahovat všechny varianty výpočtu hodnoty optimalizované veličiny, které se mohou při řešení vyskytnout. Pokud některá varianta v účelové funkci chybí, algoritmus při optimalizaci k těmto nezařazeným variantám nepřihlíží.

Při konstrukci účelové funkce a soustavy omezujících podmínek lze v lineárním programování používat pouze některé početní operace s proměnnými a některá relační znaménka. Výrazy obsahující proměnné je dovoleno sčítat, odčítat a násobit reálnou konstantou. Při tvorbě omezujících podmínek je povoleno používat relační znaménka ≥, ≤, =. Použitím jiných pravidel, než která jsou uvedena v předchozích dvou větách, se získá nelineární model.

Úlohy lineárního programování lze řešit různými způsoby. V současné době se pro řešení zpravidla využívá optimalizační software. V předložené diplomové práci bude k řešení sestavených modelů použit optimalizační software Xpress- IVE. [4]

3.2 Zjednodušení přijatá při tvorbě modelu

Pro řešenou úlohu bude přijato jisté zjednodušení. Zjednodušení se bude týkat množiny spojů. Běžně se totiž při plánování oběhů uvažuje u každého spoje výchozí konečná a cílová konečná zastávka, které bývají slučovány do jednoho celku, při grafickém znázornění zpravidla vrcholu reprezentujícího celý spoj. Řešená úloha však obsahuje spoje, které jsou prostorově značně rozptýlené, tzn. jejich koncové zastávky jsou od sebe značně vzdálené. Příkladem může být linka č. 36 (druhá z konečných zastávek se nachází na Mírovém náměstí) nebo linka č. 39 (druhá z konečných zastávek se nachází v městské části Hrabová nebo v obci Paskov, což jsou od městského obvodu Poruba značně vzdálené lokality). Protože neexistuje reálné opodstatnění, aby docházelo k tak vzdáleným neproduktivním přesunům (přesunům bez cestujících), bude provedeno další zjednodušení – vrchol nebude reprezentovat pouze jeden spoj, ale dvojici po sobě jdoucích spojů (opačných směrů). Tzn. u linky č. 36 bude vrchol reprezentovat dvojicí spojů Poruba, Opavská – Mírové náměstí (Svinov mosty, h. z.) a zpět, u linky č. 39 bude vrchol reprezentovat dvojici spojů Poruba, Otakara Jeremiáše – Hrabová (Důl Paskov) a zpět, u linky č. 40 bude vrchol reprezentovat dvojicí spojů Poruba, Otakara Jeremiáše – Třebovice Tesco a zpět a u linky č. 44 bude vrchol reprezentovat dvojici spojů Opavská – Studentská (Studentské koleje) a zpět.

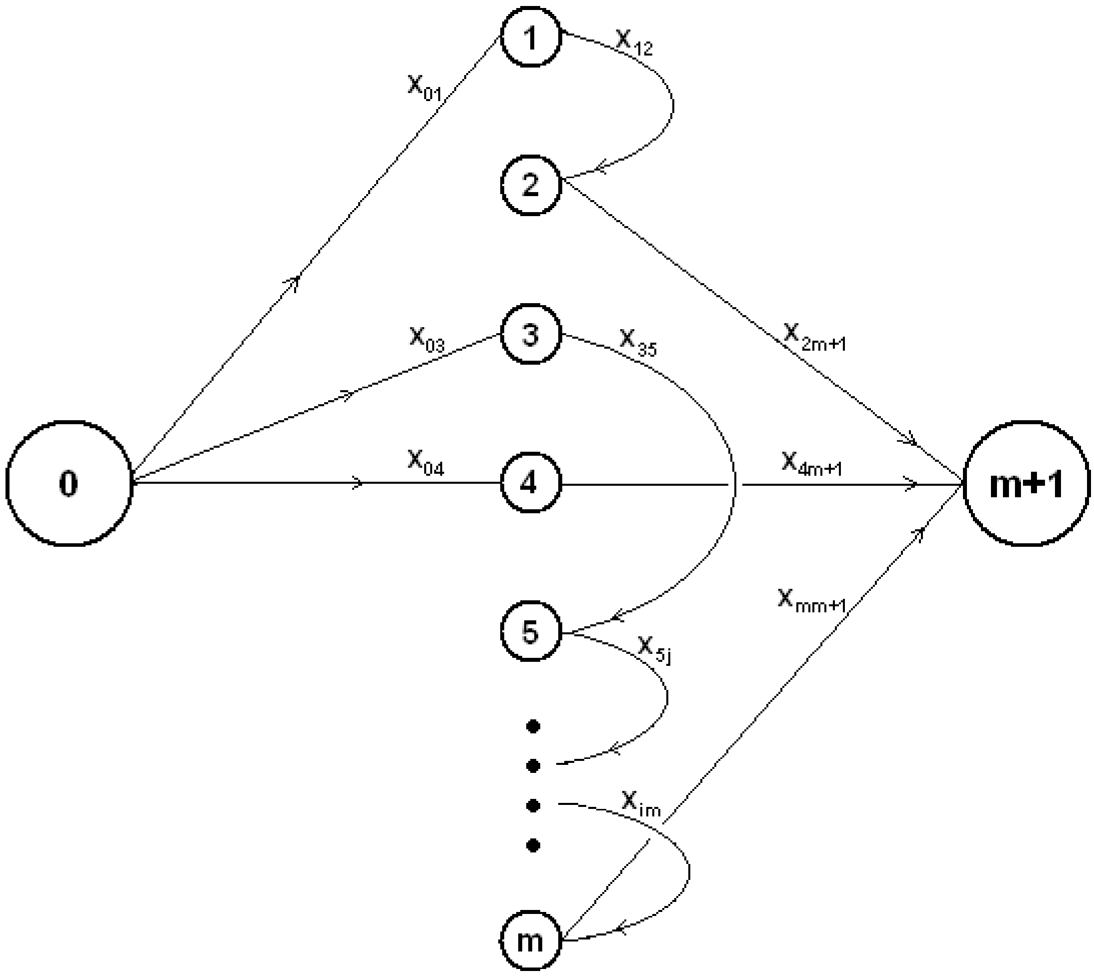
Kromě vrcholů reprezentujících jednotlivé spoje (v případě řešené úlohy dvojice spojů) se v grafickém znázornění úlohy budou vyskytovat ještě další dva vrcholy – tzv. „výchozí depo" a „cílové depo". Z nich důležitějším vrcholem je „výchozí depo", protože prostřednictvím něj jsou nasazována vozidla do linkové sítě (proměnné vztahující se k tomuto nasazování budou obsaženy v účelové funkci). Vrchol „cílové depo" má pouze podpůrnou funkci a umožňuje „formální návrat" vozidel po obsluze všech přiřazených spojů do výchozího místa.

Z hlediska návrhu matematického modelu je dále nutno rozlišovat situace, kdy existuje vzájemná zastupitelnost jednotlivých typů vozidel a situace, kdy takováto zastupitelnost neexistuje. Existuje – li mezi vozidly z pohledu nasazování na spoje plná vzájemná zastupitelnost, je smysluplné pohlížet na vozidlový park jako na homogenní, není–li zastupitelnost v určitých směrech možná, je nutno uvedené specifikum v matematickém modelu zohlednit.

V případě homogenního vozidlového parku není situace z pohledu modelování příliš složitá.

V případě, heterogenního vozidlového parku, je nutno rozlišovat ještě dále dvě situace. První a z hlediska modelování jednodušší situací je stav, kdy je každému spoji jednoznačně přiřazen typ vozidla. V takovém případě je možné k modelování přistoupit způsobem, že dojde k dekompozici množiny spojů na podmnožiny spojů obsluhovaným stejným typem vozidla a následně je pro každou podmnožinu řešen předchozí typ úlohy, tj. úlohy o plánování oběhu vozidla v podmínkách homogenního parku. Nejkomplikovanější je situace v případě, který je kombinací předchozích úloh, tzn., že u některých spojů je jednoznačně definován typ přiřazovaného vozidla a u zbývajících lze k obsluze použít více typů vozidel.

Na obr. 3.1 je prostřednictvím grafu znázorněno schéma oběhů z pohledu optimalizačního výpočtu. Vrchol 0 reprezentuje „výchozí depo“ vrchol s označením $m+1$ reprezentuje „cílové depo“. Zbývající vrcholy reprezentují jednotlivé spoje, které mají být v rámci řešené úlohy obslouženy. Hrany grafu reprezentují možnosti přejezdů vozidel mezi spoji, „výchozím depem“ a spojem nebo spojem a „cílovým depem“. Ohodnocení hran reprezentuje proměnné, které budou v úloze vystupovat, a prostřednictvím kterých bude zjištěno, zda k přesunu vozidla mezi dvojicemi spojů má či nemá dojít.



Obr. 3.1: Schéma nasazování vozidel na spoje

Vrcholy 1 až m představují jednotlivé spoje. K obsluze spojů mohou vozidla vyjíždět vždy buď z depa reprezentovaného vrcholem 0, nebo mohou přijet po obsluze některého z předchozích spojů. Například k obsluze spoje, resp. dvojice spojů, reprezentované vrcholem 1 může přijet vozidlo pouze z depa, k obsluze například dvojice spojů 5, může přijet vozidlo buď z depa, nebo po obsluze dvojice spojů 3. V podstatě se tedy při optimalizačním výpočtu rozhoduje o vzájemném propojení vrcholů grafu. Řešení bude optimální tehdy, když z výchozího depa vyvedeme k obsluze spojů co nejmenší počet hran (ve skutečnosti to odpovídá situace, kdy z výchozího depa vyjede minimální počet vozidel).

V první části kapitoly 3 byl uveden postup tvorby matematického modelu, který je základem pro model řešeného problému. Modely budou představeny postupně tak, aby byl patrný mechanismus vzniků jednotlivých části modelů, tj. účelové funkce a soustavy omezujících podmínek. Optimalizační kritérium bude stanoveno na základě úvah uvedených v úvodní části kapitoly 2.

3.3 Matematický model pro návrh oběhů v podmínkách homogenního vozidlového parku

Formulace zadání úlohy

Je dáno m dvojic spojů (viz podkapitola 3.2), které mají být obslouženy. Dále bude pro dvojici spojů používán pouze zkrácený termín – spoj. Pro každý spoj $i = 1,...,m$ je známa doba zahájení jeho obsluhy a doba ukončení jeho obsluhy (což vyplývá ze sestaveného jízdního řádu). Dále je k dispozici matice vzdáleností D, ve které prvek d_{ij} reprezentuje vzdálenost, kterou musí vozidlo absolvovat, následuje–li po ukončení obsluhy spoje $i = 1,...,m$ obsluha spoje $j = 1,...,m$. V podstatě se tedy jedná o vzdálenost mezi cílovou konečnou zastávkou spoje $i = 1,...,m$ a výchozí konečnou zastávkou spoje $j = 1,...,m$. Úkolem je rozhodnout o „přejezdech“ vozidel mezi cílovými konečnými zastávkami a výchozími konečnými zastávkami tak, aby každý spoj byl obsloužen, vozidla se mezi obsluhovanými spoji přesouvala v čase přípustně a aby se minimalizoval počet vozidel nasazených k obsluze spojů a zároveň minimalizovala se vzdálenost, kterou musí vozidla při přejezdech mezi cílovými konečnými zastávkami a výchozími konečnými zastávkami spojů různých linek absolvovat.

Řešení úlohy

V prvé řadě je zapotřebí připravit vstupní údaje. Aby model byl co nejjednodušší, je vhodné hledat cesty ke zjednodušení struktury vstupních dat. U tohoto typu modelu lze dosáhnout poměrně významné redukce vstupních dat, v podstatě se lze z hlediska vstupních dat omezit pouze na matici D. Je však nutno postupovat podle následujících pravidel.

Ze všeho nejdříve je nutno rozdělit prvky matice do dvou skupin. První skupinu tvoří prvky reprezentující vzdálenosti mezi konečnými zastávkami pro navazující spoje, u nichž je posloupnost obsluhy časově přípustná, druhou skupinu tvoří prvky reprezentující vzdálenosti mezi konečnými zastávkami pro navazující spoje, u nichž posloupnost obsluhy časově přípustná není. Je–li posloupnost obsluhy časově přípustná, potom se na pozici prvku objeví hodnota reálné vzdálenosti (měřené pochopitelně po komunikacích umožňujících jízdu vozidla). Není–li posloupnost obsluhy časově přípustná, potom je nutno zabránit výběru příslušného prvku. Způsob zabránění výběru nebo eliminace určité varianty v optimalizačních úlohách souvisí s typem extrému optimalizačního kritéria, který se hledá. Je–li třeba zabránit výběru určité varianty, je nutné tuto variantu z pohledu hledaného typu extrému výrazně znevýhodnit (penalizovat). V řešené úloze se u optimalizačního kritéria hledá minimum. Z toho vyplývá, že penalizaci příslušného přejezdu lze provést náhradou skutečné vzdálenosti mezi konečnými zastávkami prohibitivní konstantou.

Vstupní údaje jsou tedy připraveny, v dalším kroku se určí proměnné modelující jednotlivá rozhodnutí a jejich definiční obory.

Identifikace rozhodnutí, která jsou modelována proměnnými vyplývá ze zadání úlohy. V zadání řešené úlohy je zadáno, že se má rozhodnout o odjezdech vozidel z „výchozího depa“ a přejezdech vozidel mezi cílovými konečnými zastávkami a výchozími konečnými zastávkami jednotlivých spojů. Po vyřešení úlohy je tedy třeba říci:

1. zda se vozidlo po obsluze spoje $i = 1,...,m$ má či nemá přesunout k obsluze spoje $j = 1,...,m$,
2. k obsluze kterých spojů má přijet vozidlo z výchozího depa,
3. po obsluze kterých spojů má vozidlo odjet do cílového depa.

Protože ve všech případech jde o rozhodování typu ANO – NE, je definičním oborem proměnných, které tato rozhodnutí modelují, definiční obor hodnot 0 a 1, přičemž z hlediska přidělování významů jednotlivým hodnotám proměnných bude dodržena obvyklá konvence a to, že kladné rozhodnutí (přejezd se uskuteční) bude reprezentováno hodnotou 1, záporné rozhodnutí (přejezd se neuskuteční) hodnotou 0.

Za zadání úlohy vyplývá, že se hledá takové řešení, pro které bude charakteristický minimální počet vozidel a současně také minimální počet kilometrů najetých při přejezdech. Jedná se tedy o dvoukriteriální optimalizační úlohu s jednotkově různými optimalizačními kritérií.

K řešení vícekriteriálních optimalizačních úloh se dá přistoupit různými způsoby. Jedním ze způsobů je tzv. skalarizace. V rámci uvedeného přístupu se řešitelé snaží jednotkově různorodé veličiny transformovat na jedinou společnou veličinu. Tento přístup je možný i v případě řešené úlohy, protože takováto veličina existuje. Jsou to celkové náklady na obsluhu uvedené množiny spojů. Uvedený proces skalarizace je však z pohledu optimalizované úlohy zbytečně složitý, protože existuje způsob, který jej je schopen adekvátně nahradit. Nevýhodou tohoto náhradního přístupu je, že zachovává jednotkovou různorodost, nicméně uvedená nevýhoda je, vzhledem k pracnosti nákladových kalkulací, které by bylo potřeba provést v případě skalarizace, zanedbatelná.

Účelová funkce tedy bude tvořena dvěma složkami. První složku bude tvořit výraz, který reprezentuje celkový počet vozidel nasazených k obsluze dané množiny spojů, druhou složku bude tvořit výraz reprezentující celkovou vzdálenost, kterou vozidla musí absolvovat při přejezdech mezi konečnými zastávkami. Je ovšem patrné, že každá z uvedených dvou složek se musí vyznačovat jinou váhou (potřeba nasazení jednoho vozidla totiž nemá stejnou váhu – nevyvolá stejné náklady, jako absolvování jednoho kilometru vzdálenosti při přejezdu). Nastavení vah jednotlivých složek účelové funkce je nutno realizovat velice citlivě v závislosti na hodnotách vstupních údajů. Protože v úloze, která je předmětem předložené diplomové práce, se budou vyskytovat v matici D sazby v jednotkách kilometrů, stačí, aby váha přidělená nasazení vozidla byla stanovena ve výši 1 000.

Složku účelové funkce reprezentující celkový počet nasazení vozidel je možno při volbě definičního oboru 0 a 1 u proměnných formulovat jako součet hodnot proměnných vztahujících se k odjezdům vozidel z výchozího depa, složku účelové funkce reprezentující celkovou ujetou vzdálenost je možno formulovat standardně jako součet součinů délek jednotlivých přejezdů a proměnných modelujících rozhodnutí o uskutečnění či neuskutečnění daného přejezdu.

Účelovou funkci lze tedy zapsat ve tvaru:

$$\min f(x) = 1000(x_{01} + x_{02} + ... + x_{0m}) + (d_{11} \cdot x_{11} + d_{12} \cdot x_{12} + ... + d_{im} \cdot x_{im})$$

Což se dá zjednodušeně zapsat následovně:

$$\min f(x) = \sum_{j=1}^{m} 1000\, x_{0j} + \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} d_{ij} \cdot x_{ij}$$

Co se týče reálných omezení, které musí být v matematickém modelu formulovány, je nutné vycházet z předpokladů, které má model zajišťovat a odrážet skutečný stav věcí. Nedílnou součástí matematického modelu jsou především obligatorní podmínky, které zajišťují, že proměnné modelující jednotlivá rozhodnutí budou nabývat hodnot zvolených v souladu se závěrečnou interpretací. Pouhé uvedení obligatorních podmínek však nestačí, protože tento typ podmínek není současně schopen zajistit i tzv. strukturální omezení tj. omezení reálná. Například v modelu o návrhu oběhů vozidel by pouhé uvedení obligatorních podmínek společně s účelovou funkcí způsobilo, že by všechny proměnné měly po ukončení optimalizačního výpočtu hodnotu 0. Při takovéto kombinaci hodnot proměnných je totiž dosaženo nejnižší hodnoty účelové funkce. Z uvedeného předpokladu je zapotřebí vycházet při konstrukci strukturálních podmínek, ve kterých je nutno zajistit, že k obsluze spoje přijede právě jedno vozidlo a dále, že po ukončení obsluhy spoje se vozidlo přesune maximálně jedním směrem. Uvedených omezení je možno dosáhnout poměrně jednoduchým způsobem, inspiraci je možno najít například v tzv. přiřaďovacím problému, což je speciální příklad dopravní úlohy, ve které jsou kapacity zdrojů a požadavky spotřebitelů jednotkové.

Matematický model pro návrh oběhů v podmínkách homogenního vozidlového parku lze tedy zapsat v sumární podobě následovně:

$$\min f(x) = \sum_{j=1}^{m} 1000\, x_{0j} + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} d_{ij} \cdot x_{ij} \tag{1}$$

za podmínek:

$$\sum_{i=0}^{m} x_{ij} = 1 \qquad j = 1,\dots,m \tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} \le 1 \qquad i = 1,\dots,m \tag{3}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \qquad i = 0,\dots,m, \quad j = 1,\dots,m \tag{4}$$

Výraz (1) reprezentuje účelovou funkci, která však v sobě obsahuje interpretačně různorodé veličiny, proto při závěrečné interpretaci musí být jednotlivé členy interpretovány odděleně. Výraz $\sum_{j=1}^{m} x_{0j}$ reprezentuje celkový počet nasazených vozidel k obsluze dané množiny spojů. Výraz $\sum_{j=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} d_{ij} \cdot x_{ij}$ reprezentuje celkový počet kilometrů neproduktivně ujetých při přejezdech. Konstanta 1000, kterou je první člen vynásoben, reprezentuje váhu prvního kritéria – celkového počtu nasazených vozidel.

V případě matice D, ve které prvek d_{ij} reprezentuje délku neproduktivního přejezdu, se v řešené úloze jednotlivé hodnoty určí podle následujících pravidel. Jestliže posloupnost dvojic spojů $i \in I$, $j \in J$ nelze uskutečnit z časového hlediska, bude na pozici příslušného prvku v matici D zařazena hodnota M (prohibitivní konstanta záměrně znevýhodňující uvedený přejezd). Jestliže posloupnost dvojic spojů $i \in I$, $j \in J$ lze z časového hlediska uskutečnit, avšak k přejezdu mezi cílovou konečnou zastávkou ve dvojici spojů $i \in I$ a výchozí konečnou zastávkou nemusí dojít (předchozí spoj a následující spoj mají stejnou konečnou zastávku), bude na pozici příslušného prvku v matici D zařazena hodnota 0. Jestliže posloupnost spojů $i \in I$, $j \in J$ lze z časového hlediska uskutečnit a přejezd mezi cílovou konečnou zastávkou spoje $i \in I$ a výchozí konečnou zastávkou spoje $j \in J$ musí být za účelem nasazení vozidla na spoj $j \in J$ uskutečněn, bude na pozici příslušného prvku v matici D zařazena hodnota 1,2 (hodnota 1,2 znamená délku trasy v km, která představuje neproduktivně ujetou vzdálenost mezi konečnými zastávkami Opavská a Otakara Jeremiáše).

Skupinou omezujících podmínek typu (2) bude zajištěno, že k obsluze každého spoje bude určeno právě jedno vozidlo, přičemž povolená návaznost spojů z časového hlediska je ošetřena prostřednictvím matice D. Počet omezujících podmínek ve skupině (2) odpovídá počtu obsluhovaných spojů. Skupina omezujících podmínek typu (3) zajistí, že po obsluze každého spoje $i \in I$ bude následovat obsluha maximálně jednoho spoje $j \in J$. Počet omezujících podmínek (3) odpovídá počtu obsluhovaných spojů. Skupina omezujících podmínek typu (4) vymezuje definiční obory jednotlivých proměnných – jsou to tedy podmínky obligatorní. Počet obligatorních podmínek odpovídá počtu proměnných, tzn. $(m+1)m$.

3.4 Matematický model pro návrh oběhů vozidel v podmínkách heterogenního vozidlového parku

Ve vazbě na klasifikaci úloh o obězích vozidel zavedenou úvodu kapitoly je třeba zmínit, že v níže uvedené variantě je pouze uvažováno s případy, kdy existuje částečná zastupitelnost vozidel (jde tedy o situaci, kdy na některé spoje je možno nasadit libovolný typ vozidel a na zbývající pouze jeden typ vozidel).

Formulace zadání úlohy

Je dáno m spojů, které mají být obslouženy a dva typy vozidel – standardní a nízkopodlažní, které lze k jejich obsluze nasadit (formulaci lze zobecnit na libovolný počet typů). Pro každý spoj $i = 1,...,m$ je známa doba zahájení jeho obsluhy a doba ukončení jeho obsluhy (což vyplývá ze sestaveného jízdního řádu). Některé z m spojů lze obsluhovat výhradně nízkopodlažním vozidlem, ostatní spoje jsou obsluhovatelné oběma typy vozidel, tj. jak standardním tak i nízkopodlažním vozidlem. Dále je, analogicky jako v předchozím případě, k dispozici matice vzdáleností D, ve které prvek d_{ij} reprezentuje vzdálenost, kterou musí vozidlo absolvovat, následuje–li po ukončení obsluhy spoje $i = 1,...,m$ obsluha spoje $j = 1,...,m$ (v podstatě se tedy, analogicky jako v předchozím případě, jedná o vzdálenost mezi cílovou konečnou zastávkou spoje $i = 1,...,m$ a výchozí konečnou zastávkou spoje $j = 1,...,m$).

Úkolem je rozhodnout o „přejezdech" vozidel mezi cílovými konečnými zastávkami a výchozími konečnými zastávkami jednotlivých spojů tak, aby každý spoj byl obsloužen, vozidla se mezi obsluhovanými spoji přesouvala přípustně v čase a dále u definovaných spojů musí bylo k obsluze nasazeno nízkopodlažní vozidlo. Analogicky jako v předchozím případě je požadováno, aby se minimalizoval počet vozidel nasazených k obsluze spojů a zároveň se minimalizovala také vzdálenost, kterou musí vozidla absolvovat při přejezdech mezi cílovými konečnými zastávkami a výchozími konečnými zastávkami.

Řešení úlohy

Opět je zapotřebí nejdříve připravit vstupní údaje pro optimalizační výpočet. O matici D a popisu její tvorby bylo psáno v podkapitolách 3.1 a 3.3. V podmínkách heterogenního vozidlového parku platí pro vytvoření matice D stejná pravidla. Kromě matice D bude do vstupních dat zařazena i matice B, přičemž prvek b_{ij} reprezentuje, zda přesun je či není reálný z časového hlediska. Pokud přesun po spoji $i = 1,...,m$ k obsluze spoje $j = 1,...,m$ je možný, bude platit $b_{ij} = 1$, pokud tento přesun možný není, bude platit $b_{ij} = 0$. Jak se ukáže později, i když je možno nepřípustnost přesunu ošetřit prostřednictvím matice D, je matice B pro navržený model nezbytná – nelze tedy z pohledu níže sestaveného modelu substituovat prvek b_{ij} prvkem d_{ij}.

V dalším kroku se určí proměnné modelující jednotlivá rozhodnutí a jejich definiční obory.

Identifikace rozhodnutí, která jsou modelována proměnnými, opět vyplyne ze zadání úlohy. V zadání řešené úlohy je uvedeno, že se má rozhodnout o nasazování vozidel z výchozího depa a přejezdech vozidel mezi cílovými konečnými zastávkami a výchozími konečnými zastávkami jednotlivých spojů a navíc ještě o tom, který typ vozidla má mezi spoji přejíždět. Z tohoto důvodu je nutno v modelu specifikovat i typ vozidla přesouvajícího se mezi spoji. Po vyřešení úlohy je tedy třeba říci:

1. zda se vozidlo daného typu po obsluze spoje $i = 1,...,m$ má či nemá přesunout k obsluze spoje $j = 1,...,m$,

2. k obsluze kterých spojů má přijet vozidlo daného typu z výchozího depa,

3. po obsluze kterých spojů má vozidlo daného typu odjet do cílového depa,

4. zda k obsluze spoje $j = 1,...,m$ použít nízkopodlažní nebo standardní vozidlo.

O bodech 1 – 3 bylo psáno v předešlé kapitole 3.3. Co se týče bodu 4, je nutno rozlišit jakým typem vozidla bude spoj obsloužen. Ze zadání vyplývá, že existují spoje, u kterých je jednoznačně stanoven typ vozidla (to se týká spojů obsluhovaných nízkopodlažním vozidlem) a spoje, u kterých jednoznačný typ vozidla k obsluze stanovený není (je tedy možné obsluhovat je jak vozidlem standardním, tak i vozidlem nízkopodlažním). Za účelem zajištění nasazení vhodného typu vozidla bude do úlohy zaveden vektor $\bar{a}$. Hodnoty v tomto vektoru mohou být pouze 0 a 1. Prvek a_j reprezentuje skutečnost (vektor $\bar{a}$ je tedy vektorem konstantních hodnot), zda spoj $j = 1,...,m$ je či není možno obsloužit standardním vozidlem. Bude-li platit $a_j = 1$, bude to znamenat, že standardní vozidlo může spoj $j = 1,...,m$ obsloužit (spoj je tedy možno obsluhovat jak standardním tak i nízkopodlažním vozidlem). Bude-li platit $a_j = 0$, bude to znamenat, že standardní vozidlo nemůže spoj $j = 1,...,m$ obsloužit (spoj je tedy možno obsluhovat pouze nízkopodlažním vozidlem).

Rozhodnutí o jízdách standardních vozidel budou reprezentována proměnnými x_{ij}, rozhodnutí o jízdách nízkopodlažních vozidel budou reprezentována rozhodnutími y_{ij}.

Za zadání úlohy vyplývá, že se hledá takové řešení, pro které bude charakteristický minimální počet vozidel a současně také minimální počet kilometrů najetých při přejezdech a zároveň, aby byla správně dodržena obsluha nezastupitelných spojů nízkopodlažními vozidly. Taktéž se jedná o dvoukriteriální optimalizační úlohu s jednotkově různými optimalizačními kritérií jako v kapitole 3.3, avšak zde se ještě navíc vyskytují dva typy vozidel.

Účelová funkce tedy bude opět tvořena dvěma složkami. První složku bude tvořit výraz, který reprezentuje celkový počet vozidel nasazených k obsluze dané množiny spojů, kde se vyskytují dvě skupiny proměnných představujících nasazení standardních a nízkopodlažních vozidel. Druhou složku bude tvořit výraz reprezentující celkovou vzdálenost, kterou musí nízkopodlažní i standardní vozidla absolvovat při přejezdech mezi konečnými zastávkami.

V platnosti zůstává i skutečnost, že každá z uvedených dvou složek se musí vyznačovat jinou váhou. Pro stanovení vah jednotlivých složek účelové funkce platí stejná pravidla jako v případě homogenního vozidlového parku. Složku účelové funkce reprezentující celkový počet nasazených vozidel je možno při volbě definičního oboru 0 a 1 u proměnných opět formulovat jako součet hodnot proměnných vztahujících se k odjezdům vozidel z výchozího depa, složku účelové funkce reprezentující celkovou ujetou vzdálenost je možno formulovat taktéž jako součet součinů délek jednotlivých přejezdů a proměnných modelujících rozhodnutí o uskutečnění či neuskutečnění daného přejezdu daným typem vozidla. V platnosti zůstává i skutečnost, že každá z uvedených dvou složek se musí vyznačovat jinou váhou. Pro stanovení vah jednotlivých složek účelové funkce platí stejná pravidla jako v případě homogenního vozidlového parku.

Matematický model pro návrh oběhů vozidel v podmínkách heterogenního vozidlového parku bude mít tento tvar:

$$\min f(x,y) = \sum_{j=1}^{m} 1000\,(x_{0j} + y_{0j}) + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} d_{ij}\,(x_{ij} + y_{ij}) \tag{5}$$

za podmínek:

$$\sum_{i=0}^{m} (a_j x_{ij} + y_{ij}) = 1 \qquad \text{pro} \quad j = 1,\dots,m \tag{6}$$

$$x_{ij} + y_{ij} \le b_{ij} \qquad \text{pro} \quad i = 0,\dots,m;\ j = 1,\dots,m+1 \tag{7}$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ b_{ij}=1}}^{m+1} (x_{ij} + y_{ij}) \le 1 \qquad \text{pro} \quad i = 1,\dots,m \tag{8}$$

$$\sum_{i=0}^{j-1} x_{ij} = \sum_{i=j+1}^{n+1} x_{ji} \qquad \text{pro} \quad j = 1,\dots,m \tag{9}$$

$$\sum_{i=0}^{j-1} y_{ij} = \sum_{i=j+1}^{n+1} y_{ji} \qquad \text{pro} \quad j = 1,\dots,m \tag{10}$$

$$x_{ij} \in \{0;1\} \qquad \text{pro} \quad i = 0,\dots,m;\ j = 1,\dots,m+1 \tag{11}$$

$$y_{ij} \in \{0;1\} \qquad \text{pro} \quad i = 0,\dots,m;\ j = 1,\dots,m+1 \tag{12}$$

Výraz (5) reprezentuje účelovou funkci, která však opět v sobě obsahuje interpretačně různorodé veličiny, proto při závěrečné interpretaci musí být jednotlivé členy interpretovány odděleně. Účelová funkce má komplikovanější zápis ve srovnání s předchozím modelem, protože v sobě musí obsahovat nejen veličiny vztahující se ke standardním, ale i nízkopodlažním vozidlům. První člen $\sum_{j=1}^{m}(x_{0j} + y_{0j})$ reprezentuje celkový počet vozidel nasazených k obsluze definované množiny spojů ve skupinách obou typů vozidel. Výraz $\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}(x_{ij} + y_{ij})d_{ij}$ reprezentuje celkový počet kilometrů ujetých při neproduktivních přejezdech vozidly zařazenými v obou skupinách.

Skupinou omezujících podmínek (6) bude zajištěno, že na začátek každého spoje $j = 1,...,m$ přijede právě jedno vozidlo přípustného typu. Podmínka funguje na následujícím principu: Pokud je na spoji garantováno nasazení nízkopodlažního vozidla, prvek a_j bude mít hodnotu 0 a podmínka bude splnitelná pouze prostřednictvím skupiny proměnných y_{ij} (vztahujících se k nasazení nízkopodlažního vozidla). Může-li být na spoj nasazeno vozidlo jakéhokoliv typu (tedy i standardní), prvek a_j nabude hodnoty 1 a podmínka je splnitelná prostřednictvím proměnných nacházejících se v obou skupinách, tj. x_{ij} i y_{ij}. Počet omezujících podmínek ve skupině (6) odpovídá počtu obsluhovaných spojů m. Skupinou omezujících podmínek (7) bude zabezpečena návaznost spojů obsluhovaných stejným vozidlem z časového hlediska. Prvek b_{ij}, kde $i = 0,...,m;\ j = 1,...,m+1$ nabývá hodnot 0 nebo 1 a reprezentuje, zda je či není možný přejezd po ukončení obsluhy spoje i k obsluze spoje j z časového hlediska. Není-li přejezd z časového hlediska možný, odpovídající prvek $b_{ij} = 0$, není tedy umožněno, aby proměnné modelující tento přejezd nabyly hodnoty 1. Pro prvky b_{ij}, kdy $i = 0$ a $j = 1,...,m+1$ bude vždy platit, že $b_{ij} = 1$, protože k obsluze spojů je vždy umožněn výjezd vozidla z depa. Pro prvky b_{ij}, kdy $i = 1,...,m$ a $j = m+1$ bude platit, že $b_{ij} = 1$, protože po obsluze každého spoje musí být umožněn návrat do depa. Pro úplnost matice B je nutno ještě nadefinovat hodnotu prvku b_{ij} pro kombinaci indexů $i = 0$ a $j = m+1$. Pro uvedenou kombinaci indexů lze formálně napsat $b_{0m+1} = 1$, čímž se umožní přímý přejezd mezi vrcholem reprezentujícím „výchozím“ depo a vrcholem reprezentujícím „cílové“ depo. Formálnost definování tohoto prvku vyplývá z navržené účelové funkce. Po této relaci se totiž žádný přesun neuskuteční. Došlo by totiž ke zbytečnému navýšení hodnoty účelové funkce, což řešící algoritmus neumožní. Počet omezujících podmínek ve skupině (7) bude $(m+1)^2$. Skupinou omezujících podmínek (8) bude zajištěno, že nasazené vozidlo se po obsluze spoje $i = 1,...,m$ přesune k obsluze maximálně jednoho spoje $j = 1,...,m$ nebo do „cílového“ depa, přičemž přesun ke spoji j

musí být časově přípustný. Počet omezujících podmínek ve skupině (8) bude roven počtu obsluhovaných spojů m. Skupinou omezujících podmínek (9) bude zajištěno kontinuální pokračování nasazeného typu standardního vozidla po obsluze spoje $j = 1,...,m$. Prakticky to znamená, že přijede-li standardní vozidlo na cílovou konečnou zastávku, je z této zastávky nařízen přejezd opět standardního vozidla. Počet omezujících podmínek ve skupině (9) bude roven počtu obsluhovaných spojů m. Skupina omezujících podmínek (10) funguje principiálně stejně jako skupina omezujících podmínek (9) s tím rozdílem, že platí pro vozidla nízkopodlažní. Počet omezujících podmínek ve skupině (10) bude taktéž roven počtu obsluhovaných spojů m.

Skupiny omezujících podmínek (11) a (12) vymezují definiční obory jednotlivých proměnných. Počet obligatorních podmínek v každé skupině odpovídá počtu proměnných, tzn. $(m+1)^2$.

Celkový počet bivalentních proměnných v modelu je tedy $2(m+1)^2$, celkový počet omezujících podmínek (tj. včetně obligatorních) je $4m+3(m+1)^2$.

4 PŘÍPRAVA PODKLADŮ PRO OPTIMALIZAČNÍ VÝPOČET A REALIZACE OPTIMALIZAČNÍHO VÝPOČTU

V kapitole 4 budou teoretické poznatky uvedené v kapitole 3 použity k řešení konkrétní úlohy – optimalizace oběhů vozidel v zadané části sítě Dopravního podniku Ostrava, a.s.

4.1 Podklady pro optimalizační výpočet

V současnosti obsluhuje zadanou množinu spojů celkem 18 vozidel, z nichž je 8 vozidel nízkopodlažních. Pro potřeby matematického modelu je v prvé řadě zapotřebí zavést systém číslování spojů, který bude odpovídat indexování veličin v matematickém modelu. Podle systematizace uvedené v kapitole 3 (spoje jsou slučovány do dvojic) se původních 94 spojů transformuje na 47 dvojic. Konečnými zastávkami z pozice dvojic spojů se budou rozumět zastávky Opavská a Otakara Jeremiáše. Indexy spojů budou záviset na době odjezdu z výchozí konečné zastávky.

V dalším kroku bylo zapotřebí sestavit matici D. Fragment této matice je znázorněn na obr. 4.1, kompletní matice D se nachází v příloze 6.

				Číslo spoje	1	2	3	4	5	...	43	44	45	46	47
				Odjezd z výchozí konečné zastávky v	8:11	8:12	8:18	8:30	8:31	...	11:38	11:50	11:51	11:52	11:58
				Výchozí konečná zastávka	OJ	OJ	O	O	OJ	...	O	O	OJ	OJ	O
				Typ vozidla	S	NP	NP	S	S	...	S	NP	NP	S	S
Číslo spoje	cílovou konečnou zastávku v	Cílová konečná zastávka	Typ vozidla	Kurz	44/103	39/102	40/102	36/104	44/104	...	40/104	36/101	44/102	39/105	40/103
1	8:17	OJ	S	39/104	M	M	M	M	M	...	1,2	1,2	0	0	1,2
2	8:07	OJ	NP	39/102	M	M	M	M	M	...	0	0	1,2	1,2	0
3	8:27	OJ	S	39/103	M	M	M	M	M	...	0	0	1,2	1,2	0
4	8:06	O	S	36/104	M	M	M	M	M	...	1,2	M	M	0	1,2
5	8:50	OJ	NP	39/101	M	M	M	M	M	...	1,2	M	M	0	1,2
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
43	12:44	O	S	40/104	M	M	M	M	M	...	M	M	M	M	M
44	13:12	O	NP	36/101	M	M	M	M	M	...	M	M	M	M	M
45	12:53	OJ	NP	44/102	M	M	M	M	M	...	M	M	M	M	M
46	13:57	OJ	S	39/105	M	M	M	M	M	...	M	M	M	M	M
47	13:04	O	S	40/103	M	M	M	M	M	...	M	M	M	M	M

Obr. 4.1: Fragment matice D

Na základě matice D byla sestavena i matice B, která vyjadřuje možnost časové návaznosti jednotlivých spojů, viz obr. 4.2, kompletní matice B se nachází v příloze 7.

				Číslo spoje	1	2	3	4	5	...	43	44	45	46	47
				Odjezd z výchozí konečné zastávky v	8:11	8:12	8:18	8:30	8:31	...	11:38	11:50	11:51	11:52	11:58
				Výchozí konečná zastávka	OJ	OJ	O	O	OJ	...	O	O	OJ	OJ	O
				Typ vozidla	S	NP	NP	S	S	...	S	NP	NP	S	S
Číslo spoje	cílovou konečnou zastávku v	Cílová konečná zastávka	Typ vozidla	Kurz	44/103	39/102	40/102	36/104	44/104	...	40/104	36/101	44/102	39/105	40/103
1	8:17	OJ	S	39/104	0	0	0	0	0	...	1	1	1	1	1
2	8:07	OJ	NP	39/102	0	0	0	0	0	...	1	1	1	1	1
3	8:27	OJ	S	39/103	0	0	0	0	0	...	1	1	1	1	1
4	8:06	O	S	36/104	0	0	0	0	0	...	1	0	0	1	1
5	8:50	OJ	NP	39/101	0	0	0	0	0	...	1	0	0	1	1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
43	12:44	O	S	40/104	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
44	13:12	O	NP	36/101	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
45	12:53	OJ	NP	44/102	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
46	13:57	OJ	S	39/105	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
47	13:04	O	S	40/103	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0

Obr. 4.2: Fragment matice B

V následující tab. č. 4.1 je u každého spoje (dvojice spojů) uveden čas, ve kterém obsluha začíná a čas, kdy obsluha končí. Předposlední sloupec tabulky má označení „čas, kdy je vozidlo k dispozici“. Tento čas vzniká přičtením 10 minut k času ukončení obsluhy spoje (toto opatření v současnosti není uplatňováno, proto jeho zohlednění v modelu může mít vliv na získané optimální řešení). Uvedených 10 minut reprezentuje časovou rezervu, která je určena k vyrovnání případných zpoždění vzniklých při výskytu komplikací při obsluze spoje (příp. kongescím). Je nutno uvést, že současné oběhy s touto paušální dobou nepočítají.

Tab 4.1: Údaje o spojích

Číslo spoje v modelu	Začátek obsluhy spoje	Konec obsluhy spoje	Čas, kdy je vozidlo k dispozici pro obsluhu následujícího spoje	Typ vozidla
1	8:11	9:13	9:23	S
2	8:12	10:10	10:20	NP
3	8:18	9:24	9:34	NP
4	8:30	9:52	10:02	S
5	8:31	9:33	9:43	S
6	8:32	9:50	10:00	S
7	8:38	9:44	9:54	S
8	8:50	9:30	9:40	NP
9	8:51	9:53	10:03	NP
10	8:52	10:50	11:00	S
11	8:58	10:04	10:14	S
12	9:10	10:32	10:42	NP
13	9:11	10:13	10:23	NP
14	9:12	10:30	10:40	NP
15	9:18	10:24	10:34	S

Pokračování tab. č. 4.1

Číslo spoje v modelu	Začátek obsluhy spoje	Konec obsluhy spoje	Čas, kdy je vozidlo k dispozici pro obsluhu následujícího spoje	Typ vozidla
16	9:30	10:12	10:22	NP
17	9:31	10:33	10:43	S
18	9:32	11:30	11:40	S
19	9:38	10:44	10:54	NP
20	9:50	11:12	11:22	NP
21	9:51	10:53	11:03	S
22	9:52	11:10	11:20	S
23	9:58	11:04	11:14	S
24	10:10	10:50	11:00	S
25	10:11	11:13	11:23	NP
26	10:12	12:05	–	S
27	10:18	11:24	11:34	S
28	10:30	11:52	–	NP
29	10:31	11:33	11:43	NP
30	10:32	11:50	–	NP
31	10:38	11:44	11:54	S
32	10:50	11:32	11:42	NP
33	10:51	11:53	–	S
34	10:52	12:50	–	NP
35	10:58	12:04	–	NP
36	11:10	12:32	–	S
37	11:11	12:13	–	S
38	11:12	12:30	–	S
39	11:18	12:24	–	S
40	11:30	12:12	–	NP
41	11:31	12:33	–	NP
42	11:32	13:30	–	S
43	11:38	12:44	–	S
44	11:50	13:12	–	NP
45	11:51	12:53	–	NP
46	11:52	13:57	–	S
47	11:58	13:04	–	S

Ve čtvrtém sloupci tab. č. 4.1 není u některých spojů uveden příslušný časový údaj. V těchto případech nastává čas, kdy jsou vozidla k dispozici pro obsluhu dalších spojů až po skončení období, které je předmětem optimalizačního výpočtu (včetně hodnoty 12:00).

Jelikož se jedná o heterogenní vozidlový park složený ze dvou typů vozidel, bude k řešení použit model prezentovaný v kapitole 3.4. Celkový počet spojů, které je nutné do modelu zahrnout je tedy 47, tzn. $m = 47$.

4.2 Realizace optimalizačního výpočtu

V následujícím textu již nebude uveden matematický model úlohy, ale přímo až text programu, na základě kterého proběhne optimalizační výpočet. Text programu nebude obsahovat detailní výpis prvků matic B a D. Celý výpis matic je možno najít v přílohové části práce na přiloženém CD, konkrétně se jedná o přílohy 6 a 7. Na přiloženém CD je možno také najít celý text programu v jazyce MOSEL, se kterým pracuje program Xpress-IVE, viz příloha 8.

V textu programu je zaveden speciální typ proměnných – tzv. „dynamické proměnné". Jejich význam spočívá především v možnosti redukovat celkový počet proměnných na nezbytné minimum (minimální počet proměnných v modelu je preferován z toho důvodu, že se snižujícím se počtem proměnných, zejména v kategorii bivalentních proměnných, se dají očekávat menší komplikace při optimalizačním výpočtu). Dynamické proměnné se zavádějí pouze v případech, kdy rozhodování reálně probíhá. Lze to vysvětlit i na jednoduchém příkladě.

Předpokládejme dvojici spojů 2 a 14. Po obsluze spoje 14 je vozidlo k dispozici v čase 10:40. Obsluha spoje č. 2 začíná v čase 8:12. Je patrné, že obsluha spoje č. 2 po obsluze spoje č. 14 v tentýž den není z časového hlediska přípustná. Z toho vyplývá, že příslušná bivalentní proměnná modelující rozhodnutí o přejezdu vozidla z konce spoje č. 14 na začátek spoje č. 2 bude mít určitě hodnotu 0 (hodnota 1 nenastane v žádném případě). V této a podobných situacích nastává možnost zavádění dynamické proměnné. Pokud tedy nastane jednoznačnost hodnoty proměnné, je zbytečné její zavedení, protože rozhodnutí je dopředu jasné.

Text programu v programovacím jazyce MOSEL, se kterým optimalizační software Xpress–IVE pracuje má tedy tvar:

```
model Optimalizace_obehu
uses "mmxprs";

declarations
m=47
spoj=1..m
depo=0..m+1
a:array(spoj)of real
b:array(0..m,1..m+1)of real
d:array(0..m,1..m+1)of real
x:dynamic array(range, range) of mpvar
```

```
y:dynamic array(range, range) of mpvar
end-declarations

M:=10000000
T:=1000
a::[1,0,0,1,1,1,1,0,0,1, 1,0,0,0,1,0,1,1,0,0, 1,1,1,1,0,1,1,0,0,0
1,0,1,0,0,1,1,1,1,0,0,1,1,0,0,1,1]
b::[]
d::[]

forall(i in 0..m, j in 1..m+1|b(i,j)=1) create (x(i,j))
forall(i in 0..m, j in 1..m+1|b(i,j)=1) create (y(i,j))
forall(j in 1..m)sum(i in 0.. m)(a(j)*x(i,j)+y(i,j))=1
forall(i in 0.. m,j in 1.. m)(x(i,j)+y(i,j))<=b(i,j)
forall(i in 1.. m)sum(j in 1.. m +1|b(i,j)=1)(x(i,j)+y(i,j))<=1
forall(j in 1.. m)sum(i in 0..j-1)x(i,j)=sum(i in j+1.. m +1)x(j,i)
forall(j in 1.. m)sum(i in 0..j-1)y(i,j)=sum(i in j+1.. m +1)y(j,i)
ucelova_funkce:=sum(j in 1.. m)((x(0,j)+y(0,j)))*T+sum(i in 1.. m,j in
1.. m)(d(i,j)*(x(i,j)+y(i,j)))

minimize(ucelova_funkce)
!writeln ("hodnota_ucelove_funkce_je:",getobjval)
writeln("Celkový počet nasazených vozidel je:",getsol(sum(j in
1..n)(x(0,j)+y(0,j))))

writeln
writeln("Celková neproduktivně ujetá vzdálenost je:",getsol(sum(i in 1..
m,j in 1.. m)d(i,j)*(x(i,j)+y(i,j))))
forall(i in 0.. m, j in 1.. m |getsol(x(i,j))>0)
writeln("x(",i,",",j,")=",getsol(x(i,j)))
writeln
forall(i in 0..m, j in 1..m|getsol(y(i,j))>0)
writeln("y(",i,",",j,")=",getsol(y(i,j)))
end-model
```

Po ukončení optimalizačního výpočtu byly získány následující výsledky:

```
Celkový počet nasazených vozidel je: 19
Celková neproduktivně ujetá vzdálenost je: 1.2
```

```
x(0,7)=1
x(0,11)=1
x(0,15)=1
x(0,17)=1
x(0,21)=1
x(0,23)=1
x(7,24)=1
x(11,27)=1
x(15,31)=1
x(17,33)=1
x(21,38)=1
x(23,39)=1
x(24,36)=1
x(27,43)=1
x(31,47)=1
```

```
y(0,1)=1
y(0,2)=1
y(0,3)=1
y(0,4)=1
y(0,5)=1
y(0,6)=1
y(0,8)=1
y(0,9)=1
y(0,10)=1
y(0,12)=1
y(0,13)=1
y(0,14)=1
y(0,16)=1
y(1,18)=1
y(2,30)=1
y(3,19)=1
```

```
y(4,26)=1
y(5,22)=1
y(6,25)=1
y(8,20)=1
y(9,41)=1
y(10,37)=1
y(12,32)=1
y(13,29)=1
y(14,34)=1
y(16,28)=1
y(18,45)=1
y(19,35)=1
y(20,40)=1
y(22,42)=1
y(25,46)=1
y(32,44)=1
```

Z dosažených výsledků je patrné, že k obsluze zadané množiny spojů je zapotřebí 19 vozidel. Celková neproduktivní ujetá vzdálenost při přejezdech mezi cílovými konečnými zastávkami a výchozími konečnými zastávkami činí 2,4 km, tzn., že v rámci optimalizovaných oběhů dochází ke dvěma neproduktivním přejezdům.

Získané výsledky je třeba následně interpretovat. Uvedená interpretace je obsažena v tab. č. 4.2 až 4.20. Symbol OJ v uvedených tabulkách reprezentuje konečnou zastávku Otakara Jeremiáše, symbol O reprezentuje konečnou zastávku Opavská. Časové údaje ve sloupcích týkajících se časů příjezdů uvedené v závorkách odpovídají časům, kdy jsou vozidla k dispozici k obsluze dalších spojů.

Tab. č. 4.2 Navržený oběh vozidla 1

Vozidlo č. 1 (nízkopodlažní)						
Spoj č.	Požadovaný typ vozidla	Linka č.	Čas odjezdu	Výchozí konečná zastávka	Čas příjezdu	Cílová konečná zastávka
1	standardní	44	8:11	OJ	9:13 (9:23)	OJ
18	standardní	39	9:32	OJ	11:30 (11:40)	OJ
45	nízkopodlažní	44	11:51	OJ	12:53	OJ
Celková neproduktivně ujetá vzdálenost v rámci oběhu v období 8:00 – 12:00						0 km

Tab. č. 4.3 Navržený oběh vozidla 2

Vozidlo č. 2 (nízkopodlažní)						
Spoj č.	Požadovaný typ vozidla	Linka č.	Čas odjezdu	Výchozí konečná zastávka	Čas příjezdu	Cílová konečná zastávka
2	nízkopodlažní	39	8:12	OJ	10:10 (10:20)	OJ
30	nízkopodlažní	39	10:32	OJ	11:50 (12:00)	OJ
Celková neproduktivně ujetá vzdálenost v rámci oběhu v období 8:00 – 12:00						0 km

Tab. č. 4.4 Navržený oběh vozidla 3

Vozidlo č. 3 (nízkopodlažní)						
Spoj č.	Požadovaný typ vozidla	Linka č.	Čas odjezdu	Výchozí konečná zastávka	Čas příjezdu	Cílová konečná zastávka
3	nízkopodlažní	40	8:18	O	9:24 (9:34)	O
19	nízkopodlažní	40	9:38	O	10:44 (10:54)	O
35	nízkopodlažní	40	10:58	O	12:04	O
Celková neproduktivně ujetá vzdálenost v rámci oběhu v období 8:00 – 12:00						0 km

Tab. č. 4.5 Navržený oběh vozidla 4

Vozidlo č. 4 (nízkopodlažní)						
Spoj č.	Požadovaný typ vozidla	Linka č.	Čas odjezdu	Výchozí konečná zastávka	Čas příjezdu	Cílová konečná zastávka
4	standardní	36	8:30	O	9:52 (10:02)	O
26	standardní	39	10:12	OJ	12:05	OJ
Celková neproduktivně ujetá vzdálenost v rámci oběhu v období 8:00 – 12:00						1,2 km

Pozn. V daném oběhu jsou zařazeny pouze spoje, u kterých není vyžadováno nasazení nízkopodlažního vozidla. Jelikož však v modelu nebyla naformulována podmínka, že by v případě, kdy jsou v oběhu zařazeny pouze spoje nevyžadující nasazení nízkopodlažního vozidla, je nasazení nízkopodlažního vozidla na tento oběh přípustné.

Tab. č. 4.6 Navržený oběh vozidla 5

Vozidlo č. 5 (nízkopodlažní)						
Spoj č.	Požadovaný typ vozidla	Linka č.	Čas odjezdu	Výchozí konečná zastávka	Čas příjezdu	Cílová konečná zastávka
5	standardní	44	8:31	OJ	9:33 (9:43)	OJ
22	standardní	39	9:52	OJ	11:10 (11:20)	OJ
42	standardní	39	11:32	OJ	13:30	OJ
Celková neproduktivně ujetá vzdálenost v rámci oběhu v období 8:00 – 12:00						0 km

Pozn. V daném oběhu jsou zařazeny pouze spoje, u kterých není vyžadováno nasazení nízkopodlažního vozidla. Jelikož však v modelu nebyla naformulována podmínka, že by v případě, kdy jsou v oběhu zařazeny pouze spoje nevyžadující nasazení nízkopodlažního vozidla, je nasazení nízkopodlažního vozidla na tento oběh přípustné.

Tab. č. 4.7 Navržený oběh vozidla 6

Vozidlo č. 6 (nízkopodlažní)						
Spoj č.	Požadovaný typ vozidla	Linka č.	Čas odjezdu	Výchozí konečná zastávka	Čas příjezdu	Cílová konečná zastávka
6	standardní	39	8:32	OJ	9:50 (10:00)	OJ
25	nízkopodlažní	44	10:11	OJ	11:13 (11:23)	OJ
46	standardní	39	11:52	OJ	13:57	OJ
Celková neproduktivně ujetá vzdálenost v rámci oběhu v období 8:00 – 12:00						0 km

Tab. č. 4.8 Navržený oběh vozidla 7

Vozidlo č. 7 (standardní)						
Spoj č.	Požadovaný typ vozidla	Linka č.	Čas odjezdu	Výchozí konečná zastávka	Čas příjezdu	Cílová konečná zastávka
7	standardní	40	8:38	O	9:44 (9:54)	O
24	standardní	36	10:10	O	10:52 (11:02)	O
36	standardní	36	11:10	O	12:32	O
Celková neproduktivně ujetá vzdálenost v rámci oběhu v období 8:00 – 12:00						0 km

Tab. č. 4.9 Navržený oběh vozidla 8

Vozidlo č. 8 (nízkopodlažní)						
Spoj č.	Požadovaný typ vozidla	Linka č.	Čas odjezdu	Výchozí konečná zastávka	Čas příjezdu	Cílová konečná zastávka
8	nízkopodlažní	36	8:50	O	9:32 (9:42)	O
20	nízkopodlažní	36	9:50	O	11:12 (11:22)	O
40	nízkopodlažní	36	11:30	O	12:12	O
Celková neproduktivně ujetá vzdálenost v rámci oběhu v období 8:00 – 12:00						0 km

Tab. č. 4.10 Navržený oběh vozidla 9

Vozidlo č. 9 (nízkopodlažní)						
Spoj č.	Požadovaný typ vozidla	Linka č.	Čas odjezdu	Výchozí konečná zastávka	Čas příjezdu	Cílová konečná zastávka
9	nízkopodlažní	44	8:51	OJ	9:53 (10:03)	OJ
41	nízkopodlažní	44	11:31	OJ	12:33	OJ
Celková neproduktivně ujetá vzdálenost v rámci oběhu v období 8:00 – 12:00						0 km

Tab. č. 4.11 Navržený oběh vozidla 10

Vozidlo č. 10 (nízkopodlažní)						
Spoj č.	Požadovaný typ vozidla	Linka č.	Čas odjezdu	Výchozí konečná zastávka	Čas příjezdu	Cílová konečná zastávka
10	standardní	39	8:52	OJ	10:50 (11:00)	OJ
37	standardní	44	11:10	OJ	12:13	OJ
Celková neproduktivně ujetá vzdálenost v rámci oběhu v období 8:00 – 12:00						0 km

Pozn. V daném oběhu jsou zařazeny pouze spoje, u kterých není vyžadováno nasazení nízkopodlažního vozidla. Jelikož však v modelu nebyla naformulována podmínka, že by v případě, kdy jsou v oběhu zařazeny pouze spoje nevyžadující nasazení nízkopodlažního vozidla, je nasazení nízkopodlažního vozidla na tento oběh přípustné.

Tab. č. 4.12 Navržený oběh vozidla 11

Vozidlo č. 11 (standardní)						
Spoj č.	Požadovaný typ vozidla	Linka č.	Čas odjezdu	Výchozí konečná zastávka	Čas příjezdu	Cílová konečná zastávka
11	standardní	40	8:58	O	10:04 (10:14)	O
27	standardní	40	10:18	O	11:24 (11:34)	O
43	standardní	40	11:38	O	12:44	O
Celková neproduktivně ujetá vzdálenost v rámci oběhu v období 8:00 – 12:00						0 km

Tab. č. 4.13 Navržený oběh vozidla 12

Vozidlo č. 12 (nízkopodlažní)						
Spoj č.	Požadovaný typ vozidla	Linka č.	Čas odjezdu	Výchozí konečná zastávka	Čas příjezdu	Cílová konečná zastávka
12	nízkopodlažní	36	9:10	O	10:32 (10:42)	O
32	nízkopodlažní	36	10:50	O	11:32 (11:42)	O
44	nízkopodlažní	36	11:50	O	13:12	O
Celková neproduktivně ujetá vzdálenost v rámci oběhu v období 8:00 – 12:00						0 km

Tab. č. 4.14 Navržený oběh vozidla 13

Vozidlo č. 13 (nízkopodlažní)						
Spoj č.	Požadovaný typ vozidla	Linka č.	Čas odjezdu	Výchozí konečná zastávka	Čas příjezdu	Cílová konečná zastávka
13	nízkopodlažní	44	9:11	OJ	10:13 (10:23)	OJ
29	nízkopodlažní	44	10:31	OJ	11:33 (11:43)	OJ
Celková neproduktivně ujetá vzdálenost v rámci oběhu v období 8:00 – 12:00						0 km

Tab. č. 4.15 Navržený oběh vozidla 14

Vozidlo č. 14 (nízkopodlažní)						
Spoj č.	Požadovaný typ vozidla	Linka č.	Čas odjezdu	Výchozí konečná zastávka	Čas příjezdu	Cílová konečná zastávka
14	nízkopodlažní	36	9:10	O	10:32 (10:42)	O
34	nízkopodlažní	39	10:52	OJ	12:50	OJ
Celková neproduktivně ujetá vzdálenost v rámci oběhu v období 8:00 – 12:00						1,2 km

Tab. č. 4.16 Navržený oběh vozidla 15

Vozidlo č. 15 (standardní)						
Spoj č.	Požadovaný typ vozidla	Linka č.	Čas odjezdu	Výchozí konečná zastávka	Čas příjezdu	Cílová konečná zastávka
15	standardní	40	9:18	O	10:24 (10:34)	O
31	standardní	40	10:38	O	11:44 (11:54)	O
47	standardní	40	11:58	O	13:04	O
Celková neproduktivně ujetá vzdálenost v rámci oběhu v období 8:00 – 12:00						0 km

Tab. č. 4.17 Navržený oběh vozidla 16

Vozidlo č. 16 (nízkopodlažní)						
Spoj č.	Požadovaný typ vozidla	Linka č.	Čas odjezdu	Výchozí konečná zastávka	Čas příjezdu	Cílová konečná zastávka
16	nízkopodlažní	36	9:30	O	10:12 (10:22)	O
28	nízkopodlažní	36	10:30	O	11:52	O
Celková neproduktivně ujetá vzdálenost v rámci oběhu v období 8:00 – 12:00						0 km

Tab. č. 4.18 Navržený oběh vozidla 17

Vozidlo č. 17 (standardní)						
Spoj č.	Požadovaný typ vozidla	Linka č.	Čas odjezdu	Výchozí konečná zastávka	Čas příjezdu	Cílová konečná zastávka
17	standardní	44	9:31	OJ	10:33 (10:34)	OJ
33	standardní	44	10:51	OJ	11:53	OJ
Celková neproduktivně ujetá vzdálenost v rámci oběhu v období 8:00 – 12:00						0 km

Tab. č. 4.19 Navržený oběh vozidla 18

Vozidlo č. 18 (standardní)						
Spoj č.	Požadovaný typ vozidla	Linka č.	Čas odjezdu	Výchozí konečná zastávka	Čas příjezdu	Cílová konečná zastávka
21	standardní	44	9:51	OJ	10:53 (11:03)	OJ
38	standardní	39	11:12	OJ	12:30	OJ
Celková neproduktivně ujetá vzdálenost v rámci oběhu v období 8:00 – 12:00						0 km

Tab. č. 4.20 Navržený oběh vozidla 19

Vozidlo č. 19 (standardní)						
Spoj č.	Požadovaný typ vozidla	Linka č.	Čas odjezdu	Výchozí konečná zastávka	Čas příjezdu	Cílová konečná zastávka
23	standardní	40	9:58	O	11:04 (11:14)	O
39	standardní	40	11:18	O	12:24	O
Celková neproduktivně ujetá vzdálenost v rámci oběhu v období 8:00 – 12:00						0 km

5 ZHODNOCENÍ DOSAŽENÝCH VÝSLEDKŮ

V současném stavu je k obsluze zadané množiny spojů zapotřebí celkem 18 vozidel, podle výsledků získaných na základě optimalizačního výpočtu musí být k obsluze spojů použito 19 vozidel. Podrobný přehled navržených oběhů je uveden v kapitole 4. Dále bude zkoumáno, jak se změní využití vozidel po realizaci navržených oběhů, viz tab. č. 5.1.

Tab. č. 5.1 Navržené využití vozidel v průběhu řešeného období

Vozidlo	Doba jízdy s cestujicími [min]	Doba čekání na konečné zastávce [min]
1	160	80
2	172	68
3	152	88
4	149	91
5	139	101
6	119	121
7	109	131
8	98	142
9	67	173
10	133	107
11	126	114
12	107	133
13	90	150
14	125	115
15	106	134
16	97	143
17	90	150
18	81	159
19	80	160
$\sum$	**2200**	**2360**

Na základě údajů uvedených v tab. č. 5.1 průměrné časové využití vozidla v současném stavu činí 51,5 % v navrhovaném stavu činí 48,2 %. K těmto výsledkům došlo sečtením všech dob jízd všech vozidel v současném (navrhovaném) stavu poděleném součinem času řešeného období a vozidel. Jelikož je řešící období mezi 8 a 12h, uvažuje s celkovým časem, kdy je každé vozidlo k dispozici 240 minut.

Tab. č. 5.2 Porovnání dosažených výsledků

	Současný stav	Navrhovaný stav
Počet nasazených vozidel	18	19
Průměrné procento využití vozidla	51,5 %	48,2 %
Celková neproduktivně ujetá vzdálenost [km]	0	2,4

.

Jak je z tab. č. 5.2 patrné došlo z pohledu všech tří hodnotících kritérií k určitému (ne příliš však významnému) zhoršení jejich hodnot. Uvedené zhoršení si lze vysvětlit tím, že v optimalizačním modelu je po obsluze každého spoje uvažováno s časovou rezervou 10 minut, která je přičtená k času příjezdu spoje, tzn. je uvažováno s delším obsazením vozidel při obsluhách spojů.

6 ZÁVĚR

Cílem diplomové práce bylo optimalizovat oběhy vozidel ve vybrané části sítě autobusových linek provozovaných Dopravním podnikem Ostrava. K jeho splnění je nejprve třeba analyzovat původní situaci, na základě dostupných dat formulovat zadání a vytvořit matematický model, jenž by mohl vést k získání výsledků.

Na základě prezentované teorie jsou výstupem z předložené diplomové práce dva typy matematických modelů zajišťujících konstrukci optimálních oběhů autobusů – model pro homogenní a heterogenní vozidlový park. Při aplikaci na konkrétní úloze – optimalizaci oběhů v případě množiny spojů začínajících a končících svou jízdu na konečných zastávkách Opavská a Otakara Jeremiáše v Ostravě byl použit matematický model pro heterogenní vozidlový park z důvodů potřeby nasazování standardních i nízkopodlažních vozidel na spoje.

Praktická aplikace prokázala plnou funkčnost modelu, na základě provedených experimentů se ukazuje, že se jedná také výkonný model, v situaci, kdy počet proměnných činí $4m+3(m+1)^2$, počet podmínek činil $7m$. Doba řešení nepřekročila hodnotu 0,1 sekundy.

Seznam použité literatury

[1] Černý, J.; Kluvánek, P.: Základy matematickej teórie dopravy. Bratislava: VEDA, 1990. 279 s. ISBN 80 – 224 – 0099 – 8.

[2] Palúch, S.: Optimalizácia obehu vozidel v pravidelnej osobnej autobusovej doprave – habilitační práce. Žilina: VŠDS Žilina. 1993.

[3] Černá, A.: Optimalizace periodické dopravní nabídky [online]. Vysoká škola ekonomická Jindřichův Hradec, Fakulta managementu, 1998. Dostupné z www: <http://dspace.upce.cz/bitstream/10195/32041/1/CernaA_OptimalizacePeriodicke_SP_DFJP_1999.pdf>.

[4] Teichmann, D.; Grosso, A.; Ivan, M.: Modely pro řešení rozhodovacích úloh v logistice I [online]. Vysoká škola logistiky o.p.s., 2012. Dostupné z www: <http://web2.vslg.cz/fotogalerie/acta_logistica/2011/2_cislo/6_teichman.pdf>.

[5] Byrtusová, M.: Optimalizace oběhů vozidel v části linkové sítě Dopravního podniku Ostrava. Ostrava, 2009. 81 s. Bakalářská práce. VŠB – TU Ostrava.

[6] http://maps.google.cz/

Seznam příloh

Příloha 1 – Seznam zastávek na linkách 36, 39, 40 a 44
Příloha 2 – Linkový grafikon linky 36
Příloha 3 – Linkový grafikon linky 39
Příloha 4 – Linkový grafikon linky 40
Příloha 5 – Linkový grafikon linky 44
Příloha 6 – Matice D
Příloha 7 – Matice B
Příloha 8 – Text programu v jazyce MOSEL